

УДК 519.711.2

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ МАЛОРАЗМЕРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПРИ УПРАВЛЯЕМОМ УГЛОВОМ ДВИЖЕНИИ

Л. А. Селезнева

В работе приведены основные этапы реализации алгоритма определения ориентации мало-размерного космического аппарата (МКА) с помощью кубатурного фильтра Калмана по измерениям магнитометра и датчиков освещённости. Для описания углового движения МКА использованы динамические уравнения Эйлера и кинематические соотношения в форме уравнений Пуассона. Приведены основные уравнения кубатурного фильтра Калмана. Представлены результаты численного моделирования работы алгоритма определения ориентации при управляемом моменте маховиков и неучтённом моменте внешних сил. Показана сходимости полученного фильтра на временном промежутке с управлением и без него.

Ключевые слова: кубатурный фильтр Калмана; ковариационная матрица; кватернион; магнитометр; датчики Солнца.

В настоящее время фильтр Калмана (ФК) является одним из основных направлений исследований в рамках задач определения ориентации. ФК применяется для оценивания требуемых параметров движения по ряду зашумленных измерений, используя математические модели движения и измерений. Для определения параметров углового движения МКА (кватерниона и угловых скоростей) в данной статье используется кубатурный ФК (СКФ). В [1] решение одной и той же задачи определения ориентации спутника рассматривается с помощью расширенного ФК (ЕКФ), СКФ и сигма-точечного ФК (УКФ). Согласно результатам численного моделирования, приведённым в [1] можно сделать вывод, что СКФ является компромиссом между вычислительной сложностью и точностью аппроксимации мат. моделей. Также ФК хорошо справляется с шумами и неточностями построения моделей движения и измерений, что позволяет его использовать в том числе для определения ориентации МКА при управляемом угловом движении. В данной работе

будут рассмотрены основные этапы построения такого алгоритма на основе кубатурного ФК, приведены результаты численного моделирования работы полученного алгоритма, а также затронута проблема его первоначальной настройки.

Постановка задачи определения ориентации

В рамках решения задачи определения ориентации использованы три основных системы координат (СК):

$OXYZ$ – инерциальная СК (ИСК): ось Z сонаправлена оси вращения Земли, ось X направлена в точку весеннего равноденствия, ось Y дополняет систему до правой, центр СК лежит в центре масс Земли;

$oxuz$ – орбитальная СК (ОСК): ось x сонаправлена вектору орбитальной скорости МКА, ось z сонаправлена орту местной вертикали, ось y дополняет СК до правой, центр лежит в центре масс МКА;

ox_yy_zz – связанная СК (ССК): центр лежит в центре масс МКА, оси жёстко связаны с

главными центральными осями инерции (центробежные моменты инерции равны нулю).

Между ОСК и ССК, а также между ИСК и ОСК заданы матрицы перехода A_{orb2b} и A_{in2orb} соответственно. Задачей алгоритма будет являться оценка компонент матрицы A_{orb2b} по ряду зашумлённых измерений, состав и математическая модель которых будут описаны ниже.

Математические модели

Математическая модель углового движения МКА описана с помощью системы динамических уравнений Эйлера (с учетом аэродинамического и гравитационного моментов внешних сил):

$$\frac{d\vec{\omega}_b}{dt} = I^{-1}(\vec{M}^{aero} + \vec{M}^{grav} + \vec{M}^{control} - [\vec{\omega}_b, I\vec{\omega}_b]), \quad (1)$$

где $\vec{\omega}_b$ – вектор угловой скорости в ССК;

\vec{M}^{aero} – вектор аэродинамического момента;

\vec{M}^{grav} – вектор гравитационного момента;

$\vec{M}^{control}$ – вектор управляющего момента; I – тензор инерции МКА.

Систему уравнений (1) дополняют кинематические соотношения в виде уравнений Пуассона в кватернионной форме:

$$\frac{d\mathbb{Q}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbb{W}^{orb} \circ \mathbb{Q}, \quad (2)$$

где \mathbb{Q} – кватернион углового положения МКА в ОСК; \mathbb{W}^{orb} – кватернион угловой скорости в ОСК; " \circ " – операция кватернионного умножения.

Предполагается, что в состав измерительных средств входят 6 датчиков освещённости TCS3472 и один трёхосевой магнитометр ММС5883МА. Модель измерений датчиков освещённости описана с помощью модели положения Солнца в ИСК VSOP [2]:

$$V = V_{max} N^T A_{orb2b} \vec{s}^{orb}, \quad (3)$$

где V_{max} – максимальное напряжение на поверхности датчика; N – матрица расположения датчиков; \vec{s}^{orb} – вектор направления на Солнце в ОСК.

Модель измерения магнитометра основана на модели магнитного поля Земли IGRF [3]:

$$\vec{m} = M^{-1} \vec{B}_b + \vec{x}_0, \quad (4)$$

где M – калибровочная матрица; \vec{x}_0 – смещение нуля магнитометра; \vec{B}_b – величина индукции МПЗ в ССК согласно IGRF.

Кубатурный фильтр Калмана

Фильтр Калмана (ФК) является одним из самых эффективных рекурсивных фильтров, позволяя оценивать множество параметров динамических систем по ряду зашумленных измерений. Существует множество реализаций фильтра: расширенный ФК (ЕКФ), сигматочечный ФК (UKF), кубатурный ФК (СКФ) и многие другие. В данной работе рассматривается именно СКФ, поскольку его использование является компромиссом между вычислительной сложностью фильтра и точностью аппроксимации. В качестве вектора оцениваемых параметров будут выступать векторная часть кватерниона и вектор угловой скорости в ОСК.

Фильтр работает в два этапа: прогноз и коррекция. На этапе прогноза вычисляется априорная оценка для ковариационной матрицы P_{k-1}^+ с помощью разложения Холецкого и вычисляются сигма-векторы:

$$P_{k-1}^+ = \sqrt{P_{k-1}^+} \sqrt{P_{k-1}^+}^T; \quad (5)$$

$$\chi_{i,k-1} = \hat{x}_{k-1}^+ + \gamma \sqrt{P_{i,k-1}^+}, \quad i \in [1, n]; \quad (6)$$

$$\chi_{i,k-1} = \hat{x}_{k-1}^+ - \gamma \sqrt{P_{i,k-1}^+}, \quad i \in [n+1, 2n], \quad (7)$$

где \hat{x}_{k-1}^+ – априорная оценка вектора оцениваемых параметров;

n – размерность вектора оцениваемых параметров;

i – i -й столбец матрицы $\sqrt{P_{k-1}^+}$;

$\gamma = \sqrt{n}$ – масштабный параметр.

На основе полученных сигма-векторов вычисляются прогнозные значения, затем прогноз вектора состояния и априорной ковариационной матрицы:

$$\chi_{i,k-1}^* = f(\chi_{i,k-1}, t_{k-1}), \quad (8)$$

$$\hat{x}_{k-1}^- = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \chi_{i,k-1}^*, \quad (9)$$

$$P_k^- = \sum_{i=1}^{2n} (\chi_{i,k-1}^* - \hat{x}_{k-1}^-) (\chi_{i,k-1}^* - \hat{x}_{k-1}^-)^T + Q Q^T, \quad (10)$$

где Q – ковариационная матрица шума процесса; f – нелинейная вектор-функция, определяемая уравнениями (1) – (2).

Далее на этапе коррекции опять вычисляется разложение и вычисление сигма-векторов:

$$P_k^- = \sqrt{P_k^-} \sqrt{P_k^{-T}}; \quad (11)$$

$$\chi_{i,k} = \hat{x}_{i,k}^- + \gamma \sqrt{P_{i,k}^-}, \quad i \in [1, n]; \quad (12)$$

$$\chi_{i,k-1} = \hat{x}_{i,k}^- - \gamma \sqrt{P_{i,k}^-}, \quad i \in [n+1, 2n]. \quad (13)$$

Вычисляется прогнозная оценка вектора измерений $\hat{z}_{i,k}$, оценку ковариации невязки измерений \hat{R}_k и оценку кросс-ковариации P_{xz} :

$$Z_{i,k} = h(\chi_{i,k}), \quad (14)$$

$$\hat{z}_{i,k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} Z_{i,k}, \quad (15)$$

$$\hat{R}_k = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (Z_{i,k} - \hat{z}_{i,k}) (Z_{i,k} - \hat{z}_{i,k})^T + R, \quad (16)$$

$$P_{xz} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\chi_{i,k} - \hat{x}_k^-) (Z_{i,k} - \hat{z}_{i,k})^T, \quad (17)$$

где R – ковариационная матрица шума модели измерений; h – нелинейная вектор-функция, определяемая уравнениями (3) – (4).

В конце вычисляется оценка вектора состояния и ковариация ошибки оценивания:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_{i,k}), \quad (18)$$

$$P_k^+ = P_k^- - K_k \hat{R}_k K_k^T, \quad (19)$$

где z_k – вектор измерений; $K_k = P_{xz} \hat{R}_k^{-1}$ – оценка коэффициента обратной связи.

Результаты численного моделирования

Моделирование производилось для МКА формата кубсат 3U с высотой орбиты 400 км и наклоном 51,64°. В качестве управляющего момента здесь был учтен управляющий момент трех взаимно ортогональных маховиков:

$$\vec{M}^{rw} = -\frac{d\vec{H}}{dt} - [\vec{\omega}^{orb}, \vec{H}], \quad (20)$$

где \vec{H} – кинетический момент маховиков.

Маховичное управление подобрано таким образом, чтобы обеспечить неподвижное положение МКА в ССК в течение требуемого времени.

Также был добавлен дополнительный момент внешних сил, сопоставимый по амплитуде с аэродинамическим моментом. Была произведена первоначальная настройка [4] фильтра, в результате которой получены следующие приближения ковариационных матриц:

$$R = \text{diag}(R_1, R_2), \quad (21)$$

$$R_1 = [1,673 \quad 1,672 \quad 1,680] \cdot 10^{-12}, \quad (22)$$

$$R_2 = [6,22 \quad 5,98 \quad 6,38] \cdot 10^{-5}, \quad (23)$$

$$Q = \text{diag}(2,256 \quad 2,256 \quad 2,256 \quad 2,769 \quad 2,769 \quad 2,769) \times 10^{-8} \quad (24)$$

$$P_1 = [8,340 \quad 8,318 \quad 8,294] \cdot 10^{-11}, \quad (25)$$

$$P_0^+ = \text{diag}(P_1, R_2), \quad (26)$$

Результаты численного моделирования для компонент вектора угловой скорости представлены на графиках рис. 1–3. Нетрудно заметить, что на участке включения управления в 4000 с наблюдается сильное расхождение между истинным значением угловой скорости и оценкой ФК, однако, с течением времени, фильтр сходится к искомому значению. После выключения управления в 6000 с фильтр работает стабильно.

Заключение

В данной статье изложены основные этапы построения алгоритма определения ориентации МКА на основе СКФ по измерениям магнитометра и датчиков освещённости. В ходе численного моделирования показано, что в момент включения управления наблюдается большое расхождение между истинными значениями вектора оцениваемых параметров и оценкой ФК.

Литература

1. Garcia R. V. Nonlinear filtering for sequential spacecraft attitude estimation with real data: Cubature Kalman Filter, Unscented Kalman Filter and Extended Kalman Filter // *Advances in Space Research*. 2019. Т. 63. №. 2. С. 1038–1050.
2. Meeus J. *Astronomical Algorithms*. Richmond: Willmann-Bell, Inc, 1998. 488 с.
3. Пичужкина А. В., Ролдугин Д. С. Использование моделей геомагнитного поля в задачах ориентации искусственных спутников Земли // *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*. 2016. № 87.
4. Селезнева Л. А., Крамлих А. В. Реализация и исследование алгоритма определения ориентации наноспутника на основе фильтра Калмана // *XVII Королёвские чтения: матер. Всерос. молодёжной научной конф. Самара, 2023*. С. 127.

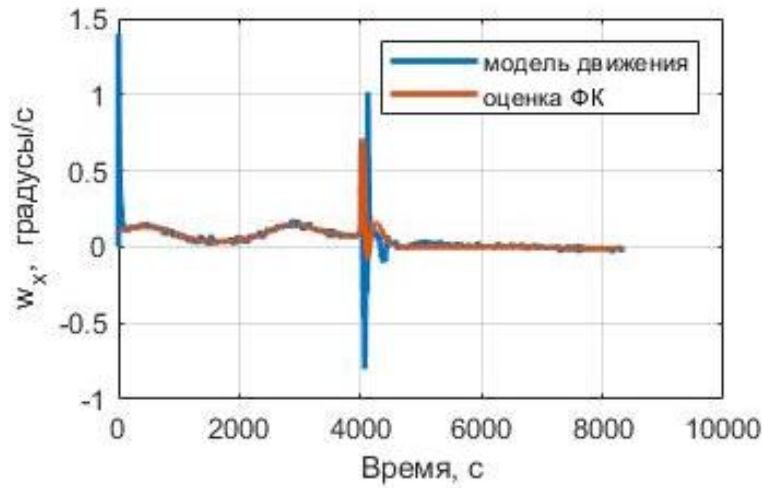


Рис. 1. Компонента ω_x вектора угловой скорости

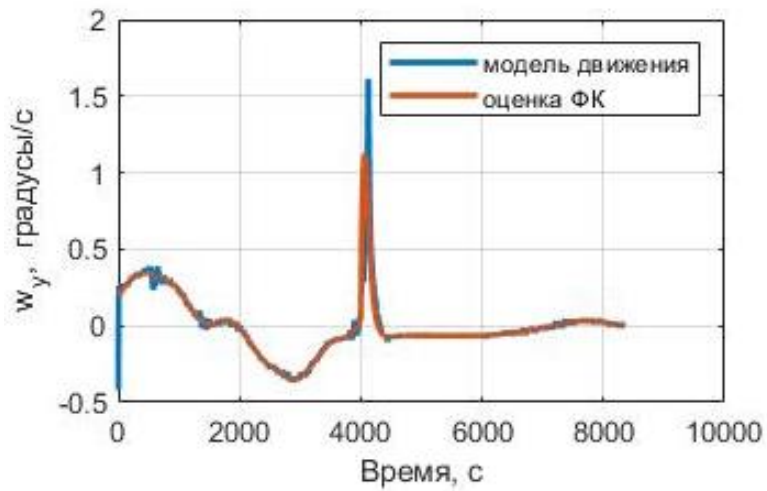


Рис. 2. Компонента ω_y вектора угловой скорости

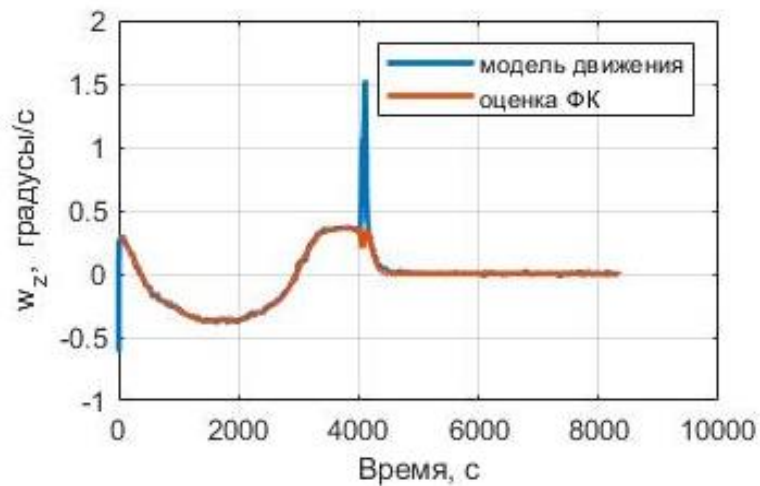


Рис. 3. Компонента ω_z вектора угловой скорости

ATTITUDE ESTIMATION USING KALMAN FILTERING FOR SMALL SATELLITE WITH ATTITUDE CONTROL

L. A. Selezneva

The article presents main stages of development of the CKF attitude estimation algorithm based on measurements from a magnetometer and color sensors. The basic equations of angular motion are presented – dynamic Euler equations and kinematic relations in the form of Poisson equations. The basic equations of the cubature Kalman filter are considered. The results of numerical simulation of the operation of a preliminary configured algorithm for determining orientation with the control torque of the flywheels and the unaccounted moment of external forces are presented. The convergence of the resulting filter over a time period with and without control is shown.

Key words: cubature Kalman filter; covariation matrix; quaternion; magnetometer; sun sensor.

Статья поступила в редакцию 30.05.2024 г.