

ФИЗИКА

УДК 530.1

ДИНАМИКА ПЕРЕПУТАННЫХ АТОМОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ДВУХМОДОВЫМ ТЕПЛОВЫМ ПОЛЕМ

Е. К. Башкиров, М. С. Мастюгин, А. С. Соловьева

Рассмотрена динамика двух первоначально перепутанных атомов с вырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующих с тепловым двухмодовым полем в идеальном резонаторе. Исследовано влияние атомной когерентности на степень атомного перепутывания.

Разработка эффективных схем контроля за перепутыванием кубитов является в настоящее время одной из фундаментальных проблем физики квантовых вычислений [1]. Одним из направлений таких исследований является изучение особенностей перепутывания систем кубитов за счет взаимодействия с тепловыми полями. П. Найт с соавторами [2] показали, что одномодовый тепловой шум может индуцировать атом-атомное перепутывание в системе двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с тепловым полем в идеальном резонаторе. Позднее результаты данной работы были обобщены на случай двухкубитных систем с вырожденным двухфотонным взаимодействием [3] и невырожденным двухфотонным взаимодействием [4]. При этом было показано, что при двухфотонном взаимодействии степень перепутывания атомных состояний может значительно превосходить соответствующую величину для однофото-

нного взаимодействия. При этом особый интерес к одно- и двухатомным (двухкубитным) моделям инициирован их экспериментальной реализацией на атомах и ионах в резонаторах и ловушках, индивидуальных молекулах в органических кристаллах, искусственных атомах на квантовых точках, сверхпроводящих системах [5–9], а также возможностью использования таких систем в качестве логических элементов квантовых компьютеров. Недавно было показано, что степень перепутывания кубитов, индуцированная двухмодовым тепловым шумом, может быть увеличена за счет начальной атомной когерентности атомов [10]. Кроме того, было доказано, что перепутыванием атомов можно управлять, изменяя начальные параметры системы, такие как амплитуды поляризованных атомов и их фазы. При этом авторы ограничились рассмотрением только неперепутанных начальных состояний атомов. Вместе с тем в нашей работе [4] получен явный вид оператора эволюции, который позволяет вычислить поведение параметра перепутывания кубитов для перепутанных когерентных начальных состояний атомов. В этой связи настоящей работе мы рассмотрим влияние начальной атомной когерентности на степень атомного перепутывания в случае начальных когерентных перепутанных состояний атомов в рамках двухатомной модели Тависа-Кам-

*Башкиров Евгений Константинович,
(bash@ssu.samara.ru), профессор кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. академика Павлова, 1, Россия.*

*Мастюгин Михаил Сергеевич,
(mast12basket@rambler.ru), аспирант 2 года обучения кафедры ОТФ СамГУ.*

*Соловьева Анастасия Сергеевна,
(milaha-maksa@mail.ru), студент 5 курса кафедры ОТФ СамГУ.*

мингса с невырожденными двухфотонными переходами. Мы ограничимся исследованием влияния атомной когерентности на атомное перепутывание в случае низких температур резонатора, так как в экспериментах с одноатомными мазерами и лазерами, а также сверхпроводящими искусственными атомами резонаторы охлаждаются до температур ниже 1 К. В этом случае среднее число тепловых фотонов составляет менее 0,1.

Гамильтониан и оператор эволюции модели

Рассмотрим систему двух идентичных двухуровневых атомов с частотами атомных переходов ω_0 , взаимодействующих с двумя модами электромагнитного поля с частотами ω_1 и ω_2 посредством невырожденных двухфотонных переходов в идеальном резонаторе. Для простоты мы не будем учитывать штарковский сдвиг энергетических уровней и диссипацию энер-

гии из резонатора. Будем считать, что для атом-фотонного взаимодействия имеет место двухфотонный резонанс, т.е. выполняется условие $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$. Обозначим через $|+\rangle$ и $|-\rangle$ возбужденное и основное состояние в двухуровневом атоме (рис. 1). Тогда двухатомный вектор состояния может быть записан в виде $|v_1, v_2\rangle = |v_1\rangle |v_2\rangle$, где $v_1, v_2 = +, -$.

В представлении взаимодействия и приближении вращающейся волны гамильтониан такой модели можно представить в виде:

$$H_I = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^+{}_1 a^+{}_2 \sigma^-{}_i + \sigma^+{}_i a_1 a_2), \quad (1)$$

где a^+_j и a_j – операторы рождения и уничтожения фотонов j -ой резонаторной моды ($j = 1, 2$), $\sigma^+{}_i$ и $\sigma^-{}_i$ – повышающий и понижающий операторы в i -ом атоме, g – константа эффективного двухфотонного взаимодействия атомов и поля.

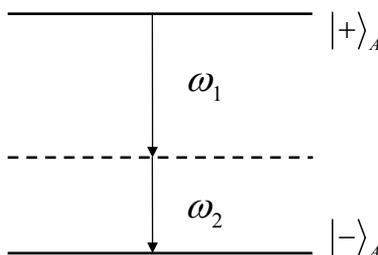


Рис. 1. Схема атомных невырожденных двухфотонных переходов

В двухатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ оператор эволюции атом-полевой системы $U(t) = \exp(-iHt/\hbar)$ может быть записан в виде

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & \cdots & \cdots & U_{14} \\ U_{21} & \cdots & \cdots & U_{24} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ U_{41} & \cdots & \cdots & U_{44} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} U_{11} &= a_1 a_2 C a^+{}_1 a^+{}_2 + 1, \\ U_{12} &= U_{13} = -i a_1 a_2 S, \\ U_{14} &= a_1 a_2 C a_1 a_2, \quad U_{21} = U_{31} = S a^+{}_1 a^+{}_2, \\ U_{22} &= U_{33} = \frac{1}{2}(\cos \Omega t + 1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{23} &= U_{32} = \frac{1}{2}(\cos \Omega t - 1), \\ U_{24} &= U_{34} = -i S a_1 a_2, \\ U_{41} &= a^+{}_1 a^+{}_2 C a^+{}_1 a^+{}_2, \\ U_{42} &= U_{43} = -i a^+{}_1 a^+{}_2 S, \\ U_{44} &= a^+{}_1 a^+{}_2 C a_1 a_2 + 1, \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \Omega &= g \sqrt{2(a_1 a_2 a^+{}_1 a^+{}_2 + a^+{}_1 a^+{}_2 a_1 a_2)}, \\ C &= \frac{2g^2}{\Omega^2}(\cos \Omega t - 1), \quad S = \frac{g}{\Omega} \sin \Omega t. \end{aligned}$$

Пусть в начальный момент времени резонаторное поле находится в двухмодовом тепловом поле

$$\rho_F(0) = \sum_{n_1, n_2} P(n_1) P(n_2) |n_1, n_2\rangle \langle n_1, n_2|,$$

где

$$P(n_i) = \frac{\bar{n}_i^{n_i}}{(1 + \bar{n}_i)^{n_i+1}}$$

и \bar{n}_i – среднее число тепловых фотонов в i -ой моде, а атомы находятся в некотором когерентном суперпозиционном перепутанном состоянии.

В таком случае начальная атомная матрица плотности атомов при использовании двухатомного базиса $|+, +\rangle$, $|+, -\rangle$, $|-, +\rangle$, $|-, -\rangle$ можем быть записана в виде

$$\rho_A(0) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) & \rho_{12}(0) & \rho_{13}(0) & \rho_{14}(0) \\ \rho_{12}^*(0) & \rho_{22}(0) & \rho_{23}(0) & \rho_{24}(0) \\ \rho_{13}^*(0) & \rho_{23}^*(0) & \rho_{33}(0) & \rho_{34}(0) \\ \rho_{14}^*(0) & \rho_{24}^*(0) & \rho_{34}^*(0) & \rho_{44}(0) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Явный вид матричных элементов будет определяться выбором начального состояния атомов.

Для определения степени атом–атомного перепутывания будем использовать параметр Переса–Хородецких, который определим стандартным образом [11],[12]

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (3)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита (атома) редуцированной матрицы плотности.

Для перепутанных состояний $0 < \varepsilon \leq 1$. Для неперепутанных состояний $\varepsilon = 0$. Максимальной степени перепутывания соответствует значение $\varepsilon = 1$.

С использованием оператора эволюции мы можем вычислить стандартным образом редуцированную атомную матрицу плотности

$$\rho_A(t) = Tr_F U(t) \rho_F(0) \otimes \rho_A(0) U^+(t).$$

В результате получаем

$$\rho_A(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \rho_{13}(t) & \rho_{14}(t) \\ \rho_{12}^*(t) & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & \rho_{24}(t) \\ \rho_{13}^*(t) & \rho_{23}^*(t) & \rho_{33}(t) & \rho_{34}(t) \\ \rho_{14}^*(t) & \rho_{24}^*(t) & \rho_{34}^*(t) & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Используя явный вид элементов частично транспонированной по переменным

одного кубита матрицы (4), мы получили аналитические выражения для параметра перепутывания (3). Однако указанные формулы являются достаточно громоздкими и по этой причине не приведены в настоящей работе. Далее мы представим результаты численного моделирования параметра перепутывания (3) для различных начальных состояний двух двухуровневых атомов.

Численное моделирование параметра перепутывания и обсуждение результатов

1. Выберем начальное перепутанное когерентное атомное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = \cos \theta |+, -\rangle + \sin \theta e^{i\varphi} |-, +\rangle, \quad (5)$$

где θ – параметр когерентности, φ – относительная фаза. Отличные от нуля матричные элементы начальной матрицы плотности (2), соответствующие состоянию (5), есть

$$\rho_{22}(0) = \cos^2 \theta,$$

$$\rho_{23}(0) = \cos \theta \sin \theta e^{-i\varphi},$$

$$\rho_{32}(0) = \cos \theta \sin \theta e^{i\varphi},$$

$$\rho_{33}(0) = \sin^2 \theta.$$

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (3) для начального чистого атомного состояния (5) представлены на рисунках 2, 3. На рисунке 2 показано влияние параметра атомной когерентности θ на поведение атомной перепутанности. Из рисунка хорошо видно, что степень перепутывания для любых значений среднего числа фотонов всегда выше для когерентного состояния, чем для некогерентного. Кроме того, степень перепутывания возрастает по мере приближения параметра θ к значению $\pi/4$ ($\cos \theta = \sin \theta = 1/\sqrt{2}$). Для белловских начальных атомных состояний степень перепутывания остается наибольшей для всех моментов времени, то есть чем выше начальная степень когерентности атомов, тем больше их перепутывание в процессе эволюции.

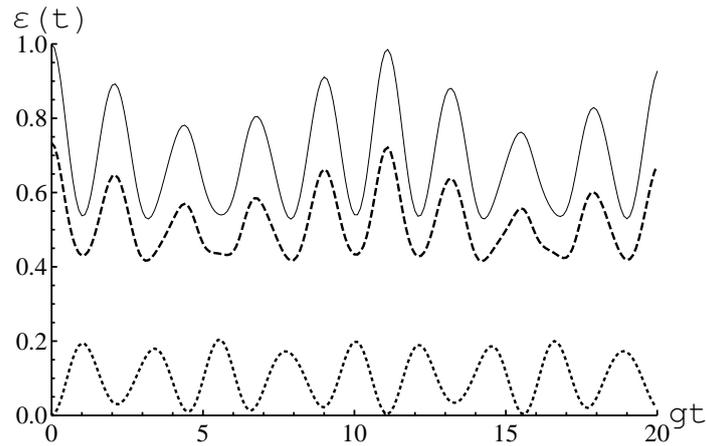
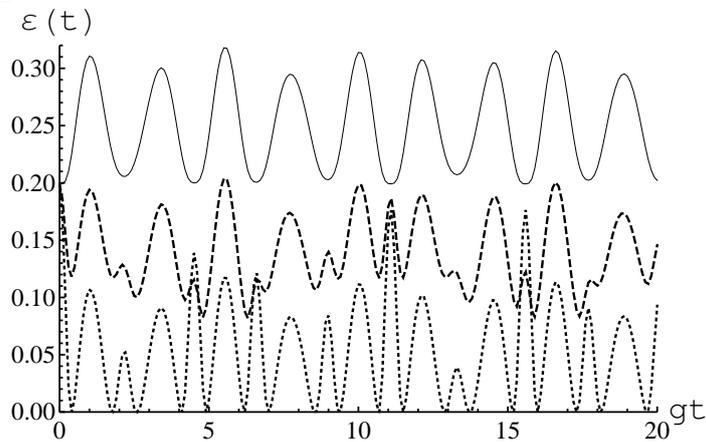
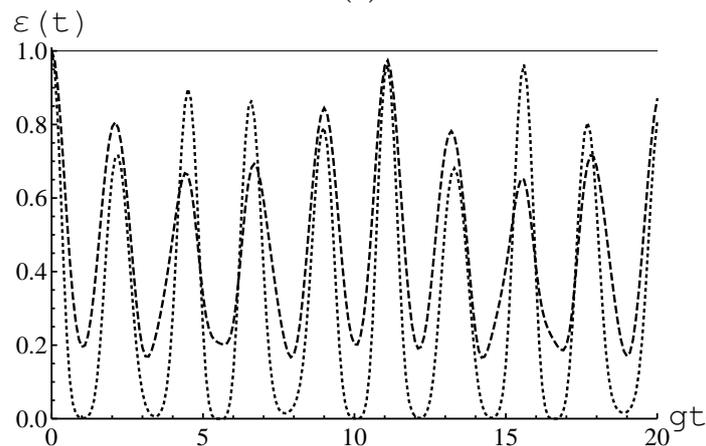


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания ($\varepsilon(t)$) для атомов, приготовленных в состояниях: $|\Psi(0)\rangle = |+, -\rangle$ (точечная линия), $|\Psi(0)\rangle = 0,4|+, -\rangle + 0,9165e^{2\pi/3i}|-, +\rangle$ (штриховая линия); $|\Psi(0)\rangle = 1/\sqrt{2}|+, -\rangle + e^{2\pi/3i}|-, +\rangle$ (сплошная линия). Среднее число фотонов в модах $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,1$



(а)



(б)

Рис. 3. Временная зависимость параметра перепутывания ($\varepsilon(t)$) для начальных состояний: (а) $|\Psi(0)\rangle = 0,4|+, -\rangle + 0,995e^{\varphi}|-, +\rangle$, (б) $|\Psi(0)\rangle = 1/\sqrt{2}|+, -\rangle + e^{\varphi}|-, +\rangle$. Относительная фаза состояний равна: $\varphi = 0$ (точечная линия), $\varphi = \pi/2$ (штриховая линия), $\varphi = \pi$ (сплошная линия). Среднее число фотонов в модах $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,1$

На рисунке 3 показано влияние относительной фазы на степень атомного перепутывания. Хорошо видно, что при любой степени начальной атомной когерентности степень атомного перепутывания возрастает при увеличении относительной фазы φ от 0 до π . Таким образом использование когерентных начальных атомных состояний позволяет добиться значительной степени атомного перепутывания в процессе эволюции системы. Кроме того, выбирая определенным образом параметры когерентности атомов, мы можем добиться эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов.

2. Выберем теперь другое начальное перепутанное когерентное атомное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = \cos\theta|+, +\rangle + \sin\theta e^{i\varphi}|-, -\rangle, \quad (6)$$

где θ – параметр когерентности, φ – относительная фаза.

В рассматриваемом случае отличные от нуля матричные элементы в (2) есть

$$\begin{aligned} \rho_{11}(0) &= \cos^2\theta, \\ \rho_{14}(0) &= \cos\theta \sin\theta e^{-i\varphi}, \end{aligned}$$

$$\rho_{41}(0) = \cos\theta \sin\theta e^{i\varphi},$$

$$\rho_{44}(0) = \sin^2\theta.$$

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (3) для начального чистого атомного состояния (6) представлены на рис. 4.

Здесь показано влияние параметра атомной когерентности θ на поведение атомной перепутанности. Хорошо видно, что, как и для первого состояния, степень перепутывания для любых значений среднего числа фотонов всегда выше для когерентного состояния, чем для некогерентного состояния. Для рассматриваемого случая степень перепутывания также возрастает по мере приближения параметра θ к значению $\pi/4$ ($\cos\theta = \sin\theta = 1/\sqrt{2}$). Для некогерентного начального состояния атомов $|+, +\rangle$ перепутывание атомов не возникает ни при каких значениях параметров модели. Для некогерентного начального состояния $|-, -\rangle$ перепутывание атомов чрезвычайно мало и быстро уменьшается при увеличении интенсивности теплового шума.

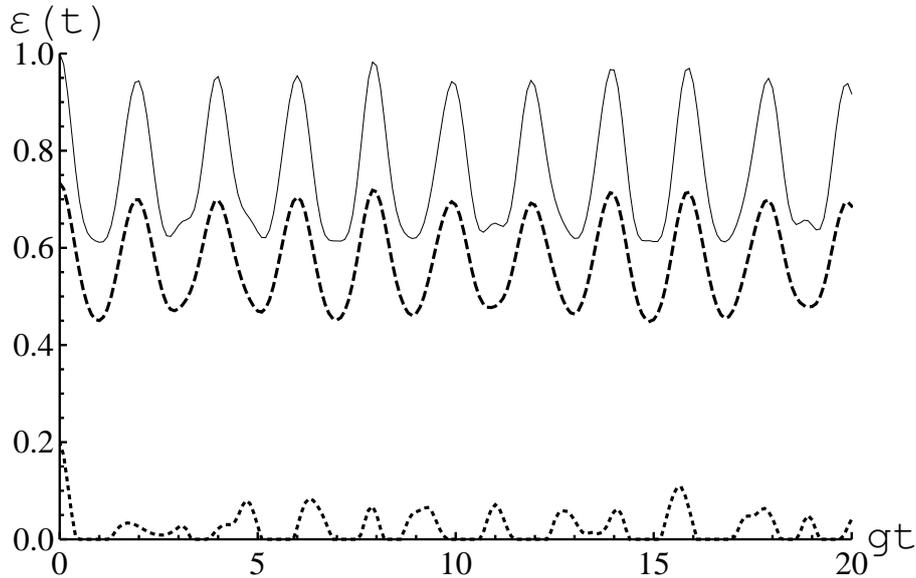


Рис. 4. Временная зависимость параметра перепутывания ($\varepsilon(t)$) для атомов, приготовленных в состояниях: $|\Psi(0)\rangle = 0, 1|+, -\rangle + 0.9165e^{2\pi/3i}|-, +\rangle$ (точечная линия), $|\Psi(0)\rangle = 0, 4|+, -\rangle + 0.995e^{2\pi/3i}|-, +\rangle$ (штриховая линия); $|\Psi(0)\rangle = 1/\sqrt{2}|+, -\rangle + e^{2\pi/3i}|-, +\rangle$ (сплошная линия). Среднее число фотонов в модах $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0.1$

Таким образом в рассматриваемом случае высокая степень перепутывания может быть получена только для атомов, приготовленных в начальном когерентном состоянии. Отметим, что в отличие от состояния (5), степень атомного перепутывания для состояния (6) практически не зависит от относительной фазы φ .

Заключение

Таким образом, в настоящей работе нами исследовано влияние атомной когерентности на перепутывание двух атомов, взаимодействующих с тепловым полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. При этом было показано, что атомная когерентность может быть использована для эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов, необходимой при квантовой обработке информации.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание 2.2459.2011).

Литература

1. Schumacker D., Westmoreland M. D. Quantum Processes, Systems, and Information. New York: Cambridge University Press, 2010. 469 p.
2. Kim M. S., Lee J., Ahn D., Knight P. L. Entanglement induced by a single-mode heat environment // Phys. Rev. A, 2002. Vol. 65. № 4. P. 040101.

3. Zhou L., Song H. S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. B, 2002. Vol. 4. № 6. P. 425-429.

4. Bashkirov E. K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Physics Letters, 2006. Vol. 3. № 3. P. 145-150.

5. Haroche S., Raimond J.-M. Exploring the Quantum. Atoms, Cavities and Photons. New York: Oxford University Press, 2006. 606 p.

6. Experimental purification of two-atom entanglement / Reichle R., Leibfried D., Knill E. et al // Nature, 2006. Vol. 443. P. 838-841.

7. Blatt R., Wineland D. Entangled states of trapped atomic ions // Nature, 2008. Vol. 453. P. 1008-1015.

8. Tunable ion-photon entanglement in an optical cavity / Stute A., Casabone B., Schindler P. et al // Nature, 2012. Vol. 485. P. 482-485.

9. You J. Q., Nori F. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits // Nature, 2011. Vol. 474. P. 589-597.

10. Hu Y.-H., Fang M.-F., Wu Q. Atomic coherence control on the entanglement of two atoms in two-photon processes // Chin. Phys. B, 2007. Vol. 16. № 8. P. 2407-2414.

11. Peres A. Separability criterion for density matrices // Phys. Rev. Lett., 1996. Vol. 77. № 8. P. 1413-1415.

12. Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: Necessary and sufficient conditions // Phys. Lett. A, 1996. Vol. 223. №1. P. 333-339.

Статья поступила в редакцию 20.04.2013.