

УДК 520.82: 524-1/-8

# ГИПОТЕЗА О СУЩЕСТВОВАНИИ НЕМЕЗИДЫ И ТЮХЕ.

## II. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГРАВИТАЦИОННОГО МИКРОЛИНЗИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ИХ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ

Ю. П. Филиппов, М. И. Чобану

В работе выполнен анализ фотометрии феномена микролинзирования фоновой звезды Галактики массивным темным телом, находящимся на окраинах Солнечной системы. Вычислены полный световой поток и коэффициент ( $A$ ) усиления блеска звезды. Получена формула для времени микролинзирования ( $T_0$ ). Показано, что наиболее благоприятные условия для линзирования Немезиды и Тюхе реализуются в сценарии с их максимально допустимыми массами, находящимися в окрестности своего перигелия. Так, для Немезиды  $A < 10,3$ , а время линзирования составляет  $T_0 = 26\text{--}68$  суток; для Тюхе  $A < 2,1$ , а время линзирования составляет  $T_0 = 4,8\text{--}5,4$  суток. Также получена оценка вероятности детектирования Немезиды и Тюхе. Для телескопов с проникающей силой не меньшей  $16^m$  максимальная вероятность детектирования феномена микролинзы не превосходит для Немезиды  $10^{-5}$ , а для Тюхе  $8 \cdot 10^{-6}$ . Если данные тела удастся наблюдать на фоне шаровых или рассеянных скоплений, то вероятность детектирования данного феномена может составлять  $\mathcal{O}(10^{-2})$ .

**Ключевые слова:** Солнечная система, коричневый карлик, планета-гигант, гравитационное микролинзирование, фотометрия, вероятность.

Впервые гипотеза о существовании звезды-спутницы Солнца (Немезиды) была впервые сформулирована в 1984 году профессором университета Беркли (США) Р. Мюллером и его коллегами [1, 2]. Согласно современным представлениям Немезида – темное космическое тело (вероятнее всего, коричневый карлик), связанное гравитационным полем с Солнцем, движущееся вместе с ним относительно общего центра масс, и таким образом образующее вместе двойную звезду [3]. Данной гипотезе предшествовало открытие, сделанное палеонтологами Д. Ропом и Д. Сепкоским [4]. Выполнив анализ геологических пластов Земли, ученые обна-

ружили, что за последние 250 миллионов лет происходило двенадцать событий, отвечающих резкому увеличению смертности живых организмов на Земле, которые повторялись примерно каждые 26 миллионов лет. Р. Мюллер и его коллеги предположили, что данные события могли иметь внеземную причину, а именно гравитационное возмущение в облаке комет Оорта, вызванное массивным космическим телом, порождавшим ливень комет во внутренней части Солнечной системы и, как следствие, бомбардировку ими Земли. Последнее могло приводить к глобальным катастрофам и массовой гибели живого мира.

Многочисленные попытки обнаружить Немезиду с помощью оптических телескопов, предпринимаемые учеными с конца 70-х годов XX столетия и по настоящее время не увенчались успехом, однако специалисты продолжают получать новые факты, косвенно указывающие на существование массивного тела на периферии Солнечной системы.

Это подтолкнуло американских астрономов Дж. Матиса и его коллег из университета Луизианы (США) в 2011 году к форму-

---

© Филиппов Ю. П., Чобану М. И., 2015.

Филиппов Юрий Петрович  
(yuphil@mail.ru),

старший преподаватель

кафедры общей и теоретической физики

Самарского государственного университета,

443011, Россия, г. Самара, ул. Академика Павлова, 1;

Чобану Мария Игоревна

(maruchobanu@gmail.com),

ученица X класса Самарского международного

аэрокосмического лицея,

443086, Россия, г. Самара, ул. Лукачева, 45.

лировке новой гипотезы о существовании в облаке Оорта массивного космического тела – *Тюхе*, которое, в отличие от Немезиды, является не звездой, а планетой – газовым гигантом [5]. Их гипотеза подкреплялась результатами анализа данных многолетних наблюдений за орбитами комет, сближавшихся с Солнцем.

Результаты указывали на то, что около 20 % падающих во внутреннюю часть Солнечной системы комет притягиваются гравитационными силами массивного космического объекта, находящегося в облаке Оорта, но не являющегося звездой – иначе доля захваченных гравитационным полем комет была бы гораздо больше.

В предыдущей нашей работе с применением метода гравитационного микролинзирования (МГМЛ), впервые предложенного американским астрофизиком Б. Пачинским [6, 7], данные гипотезы были подкреплены сводкой десяти самых современных и наиболее значимых фактов, косвенно указывающих на существование массивного темного тела на периферии Солнечной системы – коричневого карлика (Немезиды) или (и) газового гиганта (Тюхе).

В настоящей работе выполнен анализ фотометрии феномена гравитационного микролинзирования данных тел и получена вероятность их обнаружения.

### 1. Определение кривой блеска линзированного источника

Как известно, эффект гравитационной линзы заключается в искривлении лучей света от удаленного источника (звезды, галактики, квазара) в гравитационном поле темного массивного тела, в результате чего образуется несколько изображений источника и его суммарный блеск сильно возрастает. В случае сферически симметричного гравитационного потенциала точечной линзы количество изображений («духов») равно двум. При тесном сближении источника и линзы угловое расстояние между двумя «духами» приблизительно равно угловому диаметру ( $2\theta_0$ ) конуса Эйнштейна.

Угловой радиус ( $\theta_0$ ) конуса Эйнштейна пропорционален квадратному корню из отношения массы ( $\mathcal{M}$ ) линзы к расстоянию ( $D_d$ ) до нее:

$$\theta_0 = \sqrt{\left(\frac{4G\mathcal{M}}{c^2}\right) \frac{D_s - D_d}{D_d D_s}}.$$

Для звезд фона (принадлежащих нашей Галактике) с характерным гелиоцентрическим расстоянием  $D_s \sim 10^1 - 10^3$  пк (с учетом  $D_d \ll D_s$ ) угловой радиус представляется в виде:

$$\theta_0 \approx \sqrt{\left(\frac{4G\mathcal{M}}{c^2}\right) \frac{1}{D_d}}. \quad (1.1)$$

Согласно результатам предыдущей нашей работы, величина углового диаметра ( $2\theta_0$ ) данного конуса для Немезиды (N) и Тюхе (T) заключена в следующих интервалах:

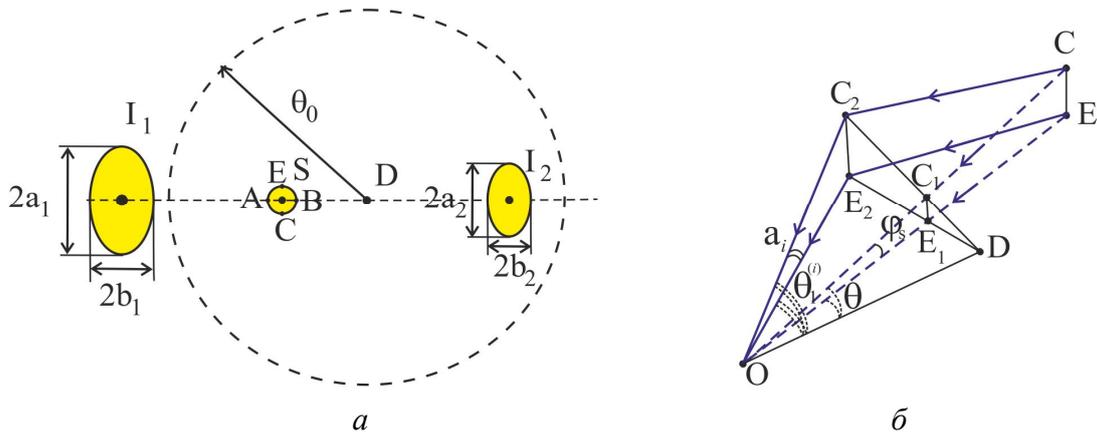
$$0,02'' \leq 2\theta_0^{(N)} \leq 0,23'', \quad 0,01'' \leq 2\theta_0^{(T)} \leq 0,20''.$$

Наблюдать два изображения в оптическом диапазоне, разделенные угловым расстоянием  $10^{-2}'' - 10^{-1}''$ , в настоящее время возможно лишь с помощью больших космических телескопов (таких как космический телескоп им. Э. Хаббла), а в будущем станет возможным с помощью высокогорных телескопов-гигантов (таких как E-ELT). Исследования показывают, что эффект микролинзирования гораздо проще фиксировать по изменению потока излучения от источника [6, 7].

Рассмотрим задачу об определении величины потока излучения от «духов» источника как функцию времени микролинзирования. Прежде всего, вычислим поток излучения от каждого из двух изображений.

Для этого воспользуемся следующей упрощенной схемой, позволяющей избежать формального, достаточно громоздкого вычисления. Будем полагать, что форма каждого изображения («духа») есть эллипс (рис. 1 а), что, как правило, имеет место в случае нецентрального транзита линзы по отношению к источнику. В общем случае форма изображения источника («духа») представляет собой достаточно сложную фигуру, например, при больших коэффициентах усиления она напоминает лунный серп [8].

До феномена линзы источник (S) имел форму круга. «Духи»  $I_1$  и  $I_2$  слегка сжаты вдоль оси, соединяющей  $I_1DI_2$ , и растянуты в перпендикулярном направлении.



**Рис. 1. Определение параметров эллипсов изображений  $I_1$  и  $I_2$ : а) общих параметров; б) больших полуосей  $a_i$**

Угловая площадь (телесный угол) эллипса представляется выражением

$$\Omega_{\text{ellipse}} = \pi a b.$$

где  $a$  и  $b$  – большая и малая полуоси получившегося эллипса.

Малая полуось эллипса  $b$  обусловлена разностью углов отклонений  $\theta_1^{(i)}$  для лучей, пришедших от диаметрально противоположных точек источника ( $A$  и  $B$ ), лежащих на прямой  $I_1DI_2$ . Углы между направлениями на линзу и на изображения  $I_1$  и  $I_2$  определяются выражениями:

$$\theta_1^{(i)} = \frac{\theta}{2} (1 \pm u), \text{ где } u = \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{\theta^2}}, \quad i = \overline{1, 2}.$$

Тогда малая полуось эллипса  $b$  есть

$$b_i = |\theta_{1A}^{(i)} - \theta_{1B}^{(i)}| = |\Delta\theta_1^{(i)}| = \frac{|\Delta\theta|}{2} \left( 1 \pm \frac{\theta}{\sqrt{\theta^2 + 4\theta_0^2}} \right) = \frac{|\Delta\theta|}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{u} \right).$$

Согласно рис. 1 разность  $|\Delta\theta| = |\theta_A - \theta_B| = \varphi_s$  есть угловой диаметр источника, следовательно, малую полуось можно тогда представить в следующем виде:

$$b_i = \frac{\varphi_s}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{u} \right).$$

Для определения больших полуосей эллипсов изображений  $I_1$  и  $I_2$  рассмотрим ход лучей от двух диаметрально противоположных точек  $C$  и  $E$  источника  $S$  (рис. 1 б), эти точки лежат на диаметре, перпендикулярном линии  $I_1DI_2$  (согласно рис. 1 а).

Если бы не было гравитационной линзы  $D$ , то лучи света от данных точек к наблюдателю распространялись бы вдоль линий  $CC_1O$  и  $EE_1O$ . При этом угол между лучами равен  $\varphi_s$ . При наличии гравитационной линзы к наблюдателю попадают световые лучи, распространяющиеся вдоль линий  $CC_2O$ ,  $EE_2O$ . В силу симметрии физической системы относительно плоскости, содержащей наблюдателя (точка  $O$ ), дефлектор (точка  $D$ ) и центр отрезка  $CE$ , треугольники  $DC_1E_1$  и  $DC_2E_2$  являются подобными. Следовательно, справедливы следующие соотношения для сторон:

$$\frac{DC_1}{DC_2} = \frac{E_1C_1}{E_2C_2}.$$

Учтем, что  $DC_1 \approx D_d \operatorname{tg} \theta$ ,  $DC_2 \approx D_d |\operatorname{tg} \theta_1^{(i)}|$ ,  $E_1C_1 \approx D_d \operatorname{tg} \varphi_s$ ,  $E_2C_2 \approx D_d \operatorname{tg} a_i$ , где  $D_d$  – расстояние от наблюдателя до линзы. Поскольку все углы являются крайне малыми величинами, то последнее равенство можно представить в виде:

$$\frac{\theta}{|\theta_1^{(i)}|} = \frac{\varphi_s}{a_i}, \Rightarrow a_i = \varphi_s \frac{|\theta_1^{(i)}|}{\theta} = \frac{\varphi_s}{2} (u \pm 1).$$

Таким образом, большая полуось окончательно представляется в виде:

$$a_i = \frac{\varphi_s}{2} (u \pm 1), \quad i = \overline{1, 2}.$$

В итоге угловые площади (в стерadians) изображений  $I_1$ ,  $I_2$  определяются как

$$\Omega_1 = \pi a_1 b_1 = \pi \frac{\varphi_s}{2} (u + 1) \cdot \frac{\varphi_s}{2} \left( 1 + \frac{1}{u} \right) = \frac{\pi \varphi_s^2}{4} \left( 2 + u + \frac{1}{u} \right),$$

$$\Omega_2 = \pi a_2 b_2 = \pi \frac{\varphi_s}{2} (u-1) \cdot \frac{\varphi_s}{2} \left(1 - \frac{1}{u}\right) = \frac{\pi \varphi_s^2}{4} \left(-2 + u + \frac{1}{u}\right).$$

Соответственно, потоки излучения, отвечающие изображениям  $I_1$  и  $I_2$ , будут равны

$$\Phi_1 = \mathcal{I}_0 \Omega_1, \quad \Phi_2 = \mathcal{I}_0 \Omega_2,$$

где  $\mathcal{I}_0$  – сила света источника  $S$  (будем полагать далее, что данный источник света является изотропным).

Размеры и яркость двух «духов» будут разными, но их суммарный блеск больше блеска нелинзированного источника  $S$ :

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{tot}} &= \Phi_1 + \Phi_2 = \mathcal{I}_0 (\Omega_1 + \Omega_2) = \\ &= \mathcal{I}_0 \frac{\pi \varphi_s^2}{2} \left(u + \frac{1}{u}\right) > \mathcal{I}_0 \pi \varphi_s^2 = \Phi_0. \end{aligned}$$

В численном анализе результатов удобно использовать коэффициент усиления блеска источника, определяемый отношением суммарного потока ( $\Phi_{\text{tot}}$ ) излучения, прошедшего от всех «духов» линзы, к величине потока ( $\Phi_0$ ) нелинзированного источника.

$$A = \frac{\Phi_{\text{tot}}}{\Phi_0} = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\pi \varphi_s^2} = \frac{1}{2} \left(u + \frac{1}{u}\right). \quad (1.2)$$

Рассмотрим подробно два важных предельных случая.

1.  $\theta_0/\theta \ll 1$ , тогда для  $u$  и  $A$  можно приближенно записать:

$$\begin{aligned} u &\approx 1 + 2 \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^2 - 2 \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^4, \\ \frac{1}{u} &\approx 1 - 2 \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^2 + 6 \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^4, \Rightarrow \\ A &= 1 + 2 \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^4 \approx 1. \end{aligned}$$

2.  $\theta_0/\theta \gg 1$ , тогда для  $u$  и  $A$  можно приближенно записать:

$$\begin{aligned} u &\approx 2 \frac{\theta_0}{\theta}, \quad \frac{1}{u} \approx \frac{\theta}{2\theta_0} \ll 1, \Rightarrow \\ A &\approx \frac{\theta_0}{\theta}. \end{aligned}$$

то есть коэффициент усиления в этом случае просто равен отношению углового радиуса конуса Эйнштейна к угловому расстоянию между дефлектором и истинным положени-

ем источника  $S$ . При  $\theta \rightarrow 0$ , то есть при соосном расположении источника света  $S$  и линзы  $D$  блеск, определяемый из уравнения (1.2), формально стремится к бесконечности, так как  $\Omega_1 + \Omega_2 \rightarrow \infty$ . Так происходит из-за приближенных вычислений полуосей эллипса  $a$  и  $b$ . При соосном расположении  $S$  и  $D$  вокруг  $D$  образуется светящееся кольцо – «кольцо Эйнштейна». Оно имеет радиус  $\theta_0$ , а, следовательно, длину по периметру  $2\pi\theta_0$  и толщину, равную угловому диаметру источника, то есть

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} 2b_i = \varphi_s.$$

Другими словами, телесный угол  $\Omega$ , занимаемый таким кольцом на небесной сфере, равен  $2\pi\theta_0\varphi_s$ . Коэффициент усиления в этом случае будет равен

$$A_{\text{max}} = \frac{2\pi\theta_0\varphi_s}{\pi\varphi_s^2} = \frac{2\theta_0}{\varphi_s} = \sqrt{\frac{2\mathfrak{R}_{Sh}^{(\odot)} D_d}{\mathfrak{R}^2} \left(\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{\odot}}\right)},$$

где

$$\mathfrak{R}_{Sh}^{(\odot)} = \left(\frac{2G\mathfrak{M}_{\odot}}{c^2}\right) = 2,95 \text{ км}$$

есть радиус Шварцшильда для Солнца;  $\mathfrak{R}$  – линейный радиус линзы.

Вектора пространственных скоростей источника ( $S$ ) света, линзы ( $D$ ) и наблюдателя ( $O$ ) всегда можно разложить на две компоненты, одна из которых перпендикулярна, а другая параллельна картинной плоскости линзы. Перпендикулярная компонента скорости слабо изменяет такие основные физические параметры как, например, радиус конуса Эйнштейна [8]. Однако это влияние мало, и ниже мы будем им пренебрегать. Компоненты скоростей указанных тел, параллельные картинной плоскости линзы складываются, приводя к относительному движению источника  $S$  в плоскости линзы  $D$ .

Рассмотрим движение источника  $S$  в плоскости линзы (рис. 2). Истинная траектория движения источника  $S$  изображена пунктирной линией, а траектории «духов» – сплошными линиями  $I_1$  и  $I_2$ . Концентрическая окружность по отношению к линзе  $D$  есть конус Эйнштейна. Величину  $\theta$  – угловое расстояние между источником света  $S$  и гравитационной линзой  $D$  можно найти согласно теореме Пифагора для углов:

$$\theta = \sqrt{(\Omega t)^2 + \theta_p^2}, \quad (1.3)$$

где  $t$  – время движения источника света  $S$ ;  
 $\Omega$  – угловая скорость движения источника по небесной сфере в предположении, что наблюдатель и линза неподвижны.

За начало отсчета времени  $t = 0$  выбран момент, когда угловое расстояние между  $S$  и  $D$  было минимальным и равно  $\theta_p$  (далее будем называть его *прицельным параметром*). Следовательно, изображения  $I_1$  и  $I_2$  находятся от линзы  $D$  на угловых расстояниях:

$$\theta_1^{(i)} = \frac{1}{2} (1 \pm u) \sqrt{(\Omega t)^2 + \theta_p^2},$$

где  $u = \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{(\Omega t)^2 + \theta_p^2}}$ .

Согласно выражению (1.2), полный поток излучения есть

$$\Phi_{\text{tot}}(t) = A(t) \Phi_0,$$

где  $A(t) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{(\Omega t)^2 + \theta_p^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{(\Omega t)^2 + \theta_p^2}}} \right)$ . (1.4)

Очевидно, что поток является четной функцией времени относительно момента  $t = 0$ . Аналогичную зависимость от времени  $t$  имеет интенсивность излучения, создаваемая источником  $S$  в точке, где находится наблюдатель (точка  $O$ ). Аналитическая зависимость (1.4) определяет *кривую блеска источника* – кривую зависимости потока (интенсивности) излучения источника от времени его линзирования.

## 2. Определение времени микролинзирования и массы микролинзы

Далее определим характерное время микролинзирования. Вновь рассмотрим движение источника  $S$  в плоскости гравитационной микролинзы. Вычислим коэффициент усиления  $A$  в случае, когда источник  $S$  находится на границе конуса Эйнштейна ( $\theta(t) = \theta_0$ ). Согласно (1.4) имеем

$$A_0 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{\theta_0^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{\theta_0^2}}} \right) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 1,342.$$

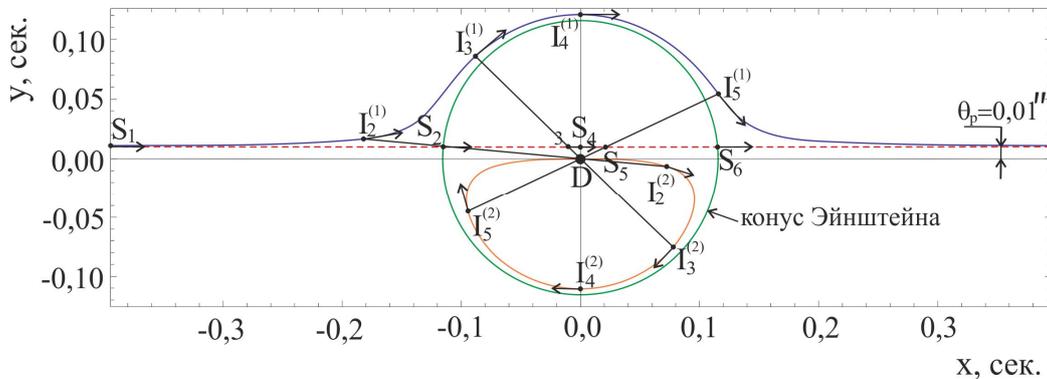
В соответствии с этой величиной определяется полное время пересечения конуса, согласно (1.3):

$$\theta_0^2 = (\Omega \cdot T_0/2)^2 + \theta_p^2, \Rightarrow T_0 = 2 \frac{\sqrt{\theta_0^2 - \theta_p^2}}{\Omega}.$$

Последнюю величину, как правило, принимают в качестве *характерного времени микролинзирования* темного тела  $D$ . Иногда в качестве характерного времени микролинзирования принимается величина  $T_0/2$  [8].

Далее рассмотрим важный частный случай:  $\theta \ll \theta_0$ , ведь именно при этом условии отчетливо проявляется эффект микролинзирования. Тогда  $\theta_p \ll \theta_0$ , поскольку  $\theta_p$  есть минимальное значение угла  $\theta$  и

$$T_0 \approx \frac{2\theta_0}{\Omega}.$$



**Рис. 2. Траектории движения источника ( $S$ ) и его изображений  $I_1$  и  $I_2$  (направление движения источника и изображений указаны стрелками), сформированных точечной гравитационной линзой (Немезидой с массой  $m_N = 0,07 m_\odot$ , расстоянием  $D_d = 8800$  а.е. и параметром  $\theta_p = 0,01''$ )**

Полагая далее, что источник есть много более удаленный объект, чем линза, то есть  $D_d \ll D_s$ , то радиус конуса Эйнштейна определяется выражением (1.1), а угловая скорость  $\Omega$  движения источника относительно линзы принадлежит интервалу:

$$(\omega_d - \mu_s) \leq \Omega \leq (\omega_d + \mu_s).$$

где  $\omega_d$  – угловая скорость движения линзы относительно Солнца (наблюдателя), определяется выражением вида:

$$\omega_d = \frac{V_d}{D_d},$$

где  $V_d$  – линейная тангенциальная скорость линзы (вектор которой лежит в картинной плоскости линзы).

Как известно, параметры  $V_d$  и  $D_d$  принадлежат интервалам [9]:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{G \mathcal{M}_\odot}{a} \left( \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)} &\leq V_d \leq \sqrt{\frac{G \mathcal{M}_\odot}{a} \left( \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)}, \\ a(1-\varepsilon) &\leq D_d \leq a(1+\varepsilon), \Rightarrow \\ \sqrt{\frac{G \mathcal{M}_\odot}{a^3} \left( \frac{1-\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} \right)} &\leq \omega_d \leq \sqrt{\frac{G \mathcal{M}_\odot}{a^3} \left( \frac{1+\varepsilon}{(1-\varepsilon)^3} \right)}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $a, \varepsilon, \mathcal{M}$  – соответственно большая полуось, эксцентриситет эллиптической орбиты (определяемой относительно Солнца) линзы и ее масса. Параметр  $\mu_s$  – собственное движение звезды фона, в самом общем случае принадлежит интервалу:

$$0 \leq \mu_s \leq 10,327''/\text{год}.$$

Однако для большинства хорошо изученных и относительно близких звезд нашей Галактики эта величина заключена в интервале):

$$0,001''/\text{год} \leq \mu_s \leq 1''/\text{год}.$$

Данный интервал возможных значений будет использован нами в дальнейших расчетах. В итоге, время микролинзирования представляется в виде:

$$T_0 \approx \frac{4}{\Omega} \sqrt{\left( \frac{G \mathcal{M}}{c^2} \right) \frac{1}{D_d}}.$$

Выполним численный анализ полученных результатов. В табл. 1 представлены результаты для максимального значения коэффициента усиления блеска ( $A_{\max}$ ) и времени ( $T_0$ ) микролинзирования Немезидой и Тюхе звезды фона. На рис. 3, 4 представлены кривые блеска линзируемых Немезидой и Тюхе звезд в различных сценариях.

Рассмотрим случай *Немезиды*. Очевидно, что чем ближе Немезида к Солнцу (наблюдателю), тем коэффициент усиления  $A_{\max}$  меньше (табл. 1), однако при фиксированном прицельном параметре  $\theta_p$ , величина  $A$  существенно больше для меньших гелиоцентрических расстояний (рис. 3). В сценарии маломассивной Немезиды ( $s \mathcal{M}_N^{(\min)} = 0,01241 \mathcal{M}_\odot$ ), находящейся в окрестности своего перигелия, коэффициент  $A_{\max} \leq 4,345$  при этом время линзирования  $T_0 = 11-30$  сут. Последний параметр становится весьма чувствительным к величине и направлению собственного движения быстро перемещающейся линзируемой звезды при  $\mu_s = \pm 1''/\text{год}$  (рис. 3 г).

В случае очень массивной Немезиды ( $s \mathcal{M}_N^{(\max)} = 0,070 \mathcal{M}_\odot$ ) в окрестности перигелия  $A_{\max}$  достигает значения 10,3, что соответствует значительному увеличению блеска звезды фона на  $2,5^m$ , при этом время линзирования заключено в интервале  $T_0 = 26-68$  сут. Величина  $A$  очень чувствительна к значению прицельного параметра  $\theta_p$  (рис. 3 в).

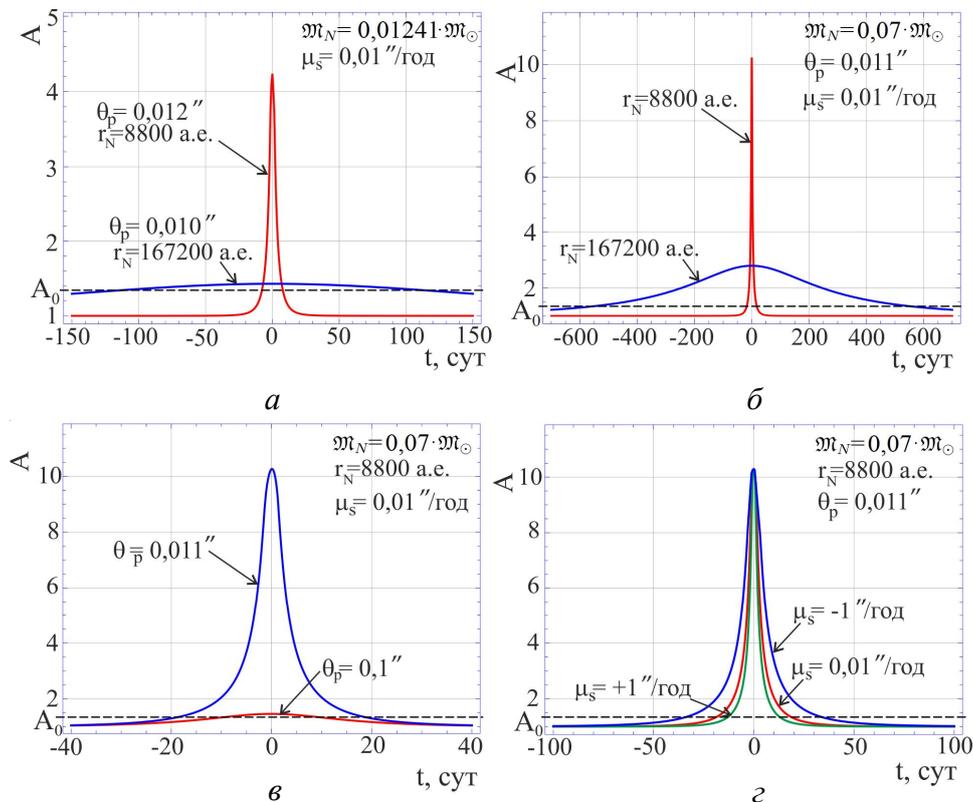
Если же Немезида находится в своем афелии, а масса звезды заключена в интервале  $(\mathcal{M}_N^{(\min)}, \mathcal{M}_N^{(\max)})$ , то коэффициент  $A_{\max}$  принимает значения 18,9–44,9, что соответствует изменению блеска звезды фона на  $3,2^m-4,1^m$ !

При линзировании медленных звезд ( $s \mu_s = \pm 0,001''/\text{год}$ ), время линзирования становится чрезвычайно большим 1159–2689 сут. На эксперименте сегодня измеряется время линзирования, принадлежащее интервалу от 1 часа до 500 суток. Таким образом, данный сценарий является неблагоприятным для эксперимента, но, в принципе, технически достижимым в будущем. Однако ситуация становится благоприятной, если выполняется линзирование относительно быстрой звезды ( $s \mu_s = \pm 1''/\text{год}$ ), в этом случае  $T_0 = 8,2-19,2$  сут.

Таблица 1

**Максимальные значения коэффициента усиления блеска и время микролинзирования для некоторых параметров Немезиды и Тюхе**

Показатель	Немезида					
	$r_N^{(min)} = 8800 \text{ а.е.}$			$r_N^{(max)} = 167200 \text{ а.е.}$		
	$\mathfrak{M}_N/\mathfrak{M}_\odot = 0,01241 \text{ (min)}$					
	$A_{max} = 4,345$			$A_{max} = 18,941$		
$\mu_s$ "/год	0,001	+1	-1	0,001	+1	-1
$T_0$	16,310	11,182	30,174	1159,3	8,103	8,202
	Тюхе					
	$r_N^{(min)} = 2000 \text{ а.е.}$			$r_N^{(max)} = 120000 \text{ а.е.}$		
	$\mathfrak{M}_T/\mathfrak{M}_J = 1 \text{ (min)}$					
	$A_{max} = 0,575$			$A_{max} = 4,450$		
$\mu_s$ "/год	0,001	+1	-1	0,001	+1	-1
$T_0$	1,426	1,334	1,531	82,894	2,588	2,755
	Тюхе					
	$\mathfrak{M}_T/\mathfrak{M}_J = 13 \text{ (max)}$					
	$A_{max} = 2,072$			$A_{max} = 16,045$		
	$\mu_s$ "/год	0,001	+1	-1	0,001	+1
$T_0$	5,111	4,784	5,488	297,234	9,330	9,934



**Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления блеска линзируемого Немезидой источника от времени линзирования при разных допустимых условиях:**

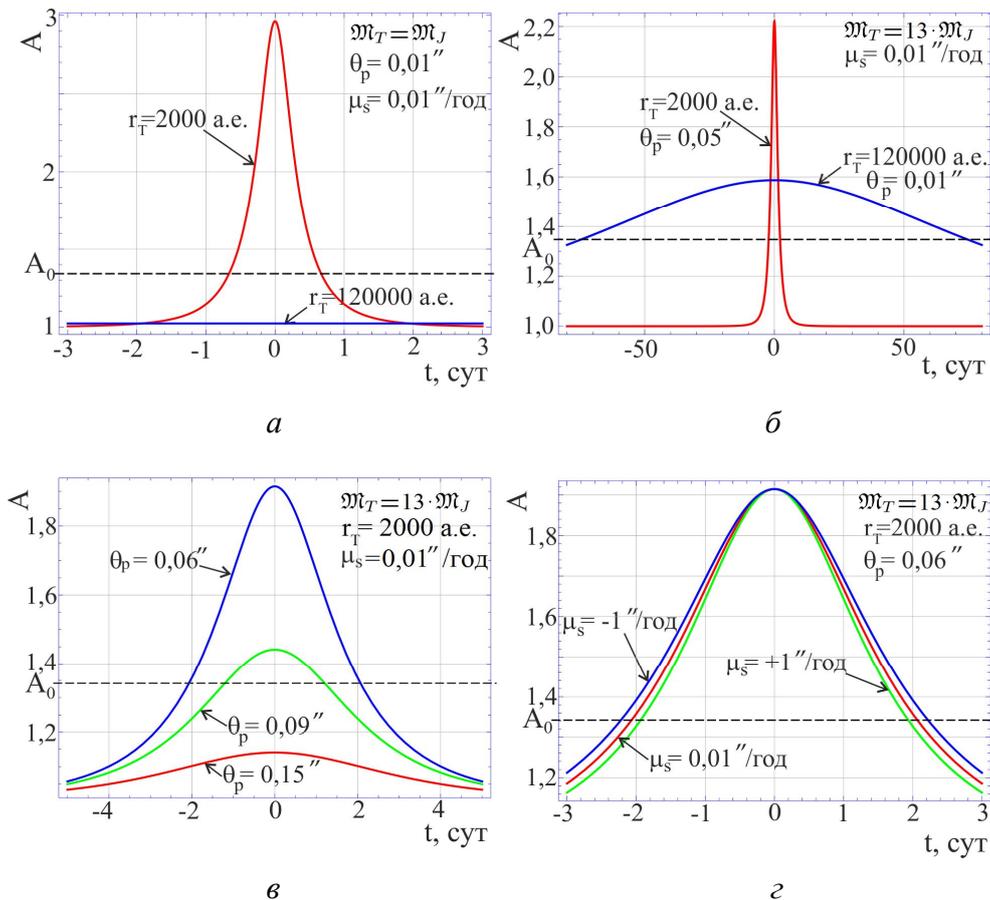
- а)** при максимальном и минимальном ее гелиоцентрическом расстоянии, заданном прицельным параметром и минимально допустимой массе; **б)** при максимальном и минимальном ее гелиоцентрическом расстоянии и максимально допустимой массе; **в)** при двух заданных значениях прицельного параметра  $\theta_p$ ; **г)** при трех значениях собственного движения звезды фона

Рассмотрим случай *Тюхе*. Сценарий маломассивной *Тюхе* (с  $m_T^{(\min)} = m_J$ ), находящейся на внутренней границе облака Оорта ( $r_N = 2000$  а.е.), к сожалению, исключает всякую возможность обнаружения планеты с помощью МГМЛ. На это указывает значение  $A_{\max} = 0,575 < 1$ . Этот факт еще был отмечен в предыдущей нашей работе. Дело в том, что на расстояниях вплоть до 6060 а.е. угловой диаметр *Тюхе* больше углового радиуса ее конуса Эйнштейна, и потому один из двух «духов» затмевается телом линзы. Однако если *Тюхе* окажется существенно более компактным объектом, чем Юпитер, то в этом случае можно зафиксировать существенный сигнал ( $A_{\max} \sim 3$ , рис. 4 а).

В сценарии сверхмассивной *Тюхе* ( $m_T^{(\min)} = 13 m_J$ ), находящейся в окрестности перигелия, эффект микролинзирования достигим, однако сигнал не будет большим ( $A_{\max} < 2,1$ ). Время линзирования составляет  $T_0 = 4,8\text{--}5,4$  сут.

Если же планета находится на внешней границе облака Оорта ( $r_N = 120000$  а.е.), то возможные значения  $A_{\max}$  принадлежат интервалу 4,5–16,0, что соответствует изменению блеска линзируемой звезды на  $1,6^m\text{--}3,0^m$ ! Однако процесс линзирования здесь требует существенно более тесного сближения источника и линзы, ибо конус Эйнштейна *Тюхе* здесь крайне мал (рис. 4 а, б), а кривая блеска очень чувствительна к величине прицельного параметра  $\theta_p$  (рис. 4 в). При этом время линзирования здесь колеблется в интервале 2,6–297 сут., что соответствует области допустимых значений  $T_0$ , измеряемых сегодня на эксперименте.

Следует отметить, что время линзирования для *Тюхе* слабо чувствительно к направлению собственного движения быстрых звезд лишь на внутренней границе облака Оорта (рис. 4 г). На внешней границе данная чувствительность фактически не просматривается.



**Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления блеска линзируемого *Тюхе* источника от времени линзирования при разных допустимых условиях:**

**а) при максимальном и минимальном ее гелиоцентрическом расстоянии, заданном прицельным параметром и минимально допустимой массе; б) при максимальном и минимальном ее гелиоцентрическом расстоянии и максимально допустимой массе; в) при трех заданных значениях прицельного параметра  $\theta_p$ ; г) при трех значениях собственного движения звезды фона**

### 3. Оценка вероятности детектирования Немезиды и Тюхе с использованием метода гравитационного микролинзирования

Рассмотрим задачу об оценке вероятности детектирования Немезиды и Тюхе с использованием МГМЛ. Для этого определим частоту событий микролинзирования  $\nu$  как отношение числа событий микролинзирования Немезиды (Тюхе) за единицу времени:

$$\nu = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{n_{\Omega} \Delta \Omega}{\Delta t},$$

здесь учтено, что  $\Delta N = n \Delta \Omega$ , где  $n_{\Omega}$  – угловое распределение звезд фона в окрестности гравитационной линзы (отношение количества звезд фона, звездная величина которых  $\leq m_{lim}$ , наблюдающихся в единице телесного угла, где в свою очередь  $m_{lim}$  – предельная звездная величина звезд, которые еще могут быть отчетливо разрешены в используемом инструменте и блеск которых еще можно измерить);  $\Delta \Omega$  – телесный угол, который «замечает» на небесной сфере конус Эйнштейна гравитационной линзы в процессе своего движения за время  $\Delta t$  (с учетом собственного движения звезды).

Известно, что телесный угол, соответствующий площадке  $\Delta S$  на сфере, можно представить в виде [10]:

$$\Delta \Omega = \frac{\Delta S}{D_d^2} = \frac{(2\theta_0 D_d)(D_d \Omega \Delta t)}{D_d^2} = 2\theta_0 \Omega \Delta t.$$

Следовательно, частота событий микролинзирования есть

$$\nu = 2 n_{\Omega} \theta_0 \Omega.$$

Величина, обратная  $\nu$ , будет определять среднее значение времени между двумя последовательными событиями микролинзирования:

$$\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2 n_{\Omega} \theta_0 \Omega}.$$

Значения параметра  $n_{\Omega}$  для различных предельных значений  $m_{lim}$  представлены в табл. 2.

Тогда вероятность того, что в данный момент времени имеет место явление гравитационного микролинзирования для данной гравитационной линзы можно определить как

$$W = \begin{cases} \frac{T_0}{\tau}, & \text{если } T_0 < \tau, \\ 1, & \text{если } T_0 \geq \tau \end{cases}.$$

Таблица 2

Общее количество звезд на небесводе  $N_{tot}$ , звездная величина которых меньше заданной  $m_{lim}$ , угловое изотропное распределение звезд  $n_{\Omega}$ , минимальная  $W_{min}$  и максимальная  $W_{max}$  вероятности обнаружения Немезиды и Тюхе в зависимости от предельной звездной величины

Немезида						
$m_{lim}$	$N_{tot}$	$n_{\Omega}$ , 1/срад	$W_{min}$	$W_{max}$	$\tau_{min}$ , лет	$\tau_{max}$ , лет
6 <sup>m</sup>	$6 \cdot 10^3$	$4,775 \cdot 10^2$	$5,598 \cdot 10^{-12}$	$5,999 \cdot 10^{-10}$	$1,782 \cdot 10^8$	$6,660 \cdot 10^{11}$
10 <sup>m</sup>	$2 \cdot 10^5$	$1,592 \cdot 10^4$	$1,866 \cdot 10^{-10}$	$2,000 \cdot 10^{-8}$	$5,346 \cdot 10^6$	$1,999 \cdot 10^{10}$
12 <sup>m</sup>	$2 \cdot 10^6$	$1,592 \cdot 10^5$	$1,866 \cdot 10^{-9}$	$2,000 \cdot 10^{-7}$	$5,346 \cdot 10^5$	$1,998 \cdot 10^9$
16 <sup>m</sup>	$10^8$	$7,958 \cdot 10^6$	$9,329 \cdot 10^{-8}$	$9,999 \cdot 10^{-6}$	$1,069 \cdot 10^4$	$3,996 \cdot 10^7$
M13	$10^6$	$2,844 \cdot 10^{10}$	$3,335 \cdot 10^{-4}$	$3,574 \cdot 10^{-2}$	2,991	$1,118 \cdot 10^4$
Тюхе						
$m_{lim}$	$N_{tot}$	$n_{\Omega}$ , 1/срад	$W_{min}$	$W_{max}$	$\tau_{min}$ , лет	$\tau_{max}$ , лет
6 <sup>m</sup>	$6 \cdot 10^3$	$4,775 \cdot 10^2$	$5,999 \cdot 10^{-13}$	$4,679 \cdot 10^{-10}$	$3,013 \cdot 10^7$	$3,911 \cdot 10^{11}$
10 <sup>m</sup>	$2 \cdot 10^5$	$1,592 \cdot 10^4$	$2,000 \cdot 10^{-11}$	$1,560 \cdot 10^{-8}$	$9,040 \cdot 10^5$	$1,173 \cdot 10^{10}$
12 <sup>m</sup>	$2 \cdot 10^6$	$1,592 \cdot 10^5$	$2,000 \cdot 10^{-10}$	$1,560 \cdot 10^{-7}$	$9,040 \cdot 10^4$	$1,173 \cdot 10^9$
16 <sup>m</sup>	$10^8$	$7,958 \cdot 10^6$	$9,999 \cdot 10^{-9}$	$7,799 \cdot 10^{-6}$	$1,808 \cdot 10^3$	$2,347 \cdot 10^7$
M13	$10^6$	$2,844 \cdot 10^{10}$	$3,574 \cdot 10^{-5}$	$2,788 \cdot 10^{-2}$	0,506	$6,565 \cdot 10^3$

При этом отношение  $T_0/\tau$  в окрестностях афелия и перигелия можно представить в виде:

$$\frac{T_0}{\tau} = 2 n_{\Omega} \theta_0 \Omega \cdot \frac{4}{\Omega} \sqrt{\left(\frac{G \mathcal{M}}{c^2}\right) \frac{1}{D_d}} =$$

$$8 n_{\Omega} \theta_0 \sqrt{\left(\frac{G \mathcal{M}}{c^2}\right) \frac{1}{D_d}} = 4 n_{\Omega} \theta_0^2.$$

В последнем выражении  $\theta_0$  представлен в радианной мере. Следовательно, вероятность окончательно можно представить в следующем виде:

$$W = \begin{cases} 4 n_{\Omega} \left(\frac{\theta_0''}{206265''}\right)^2, & \text{если } 4 n_{\Omega} \left(\frac{\theta_0''}{206265''}\right)^2 < 1, \\ 1, & \text{если } 4 n_{\Omega} \left(\frac{\theta_0''}{206265''}\right)^2 \geq 1 \end{cases}.$$

В табл. 2 представлены численные результаты минимальной  $W_{\min}$  и максимальной  $W_{\max}$  вероятности явления микролинзирования звезды фона Немезидой и Тюхе. Очевидно, что вероятности данного события крайне малы, и даже для телескопов с проникающей силой большей  $16^m$  максимальная вероятность детектирования феномена микролинзы не превосходит для Немезиды  $10^{-5}$ , а для Тюхе –  $8 \cdot 10^{-6}$ .

Тем не менее, если Немезиду удастся наблюдать на фоне шаровых или рассеянных скоплений, то вероятность детектирования данного феномена может оказаться значительно выше. В качестве примера приведены оценки вероятностей  $W_{\min}$  и  $W_{\max}$  для шарового скопления М13. Здесь при условии идеальной видимости всех звезд скопления (что на практике, конечно, невыполнимо, к тому же количество звезд здесь  $\sim 10^6$ , угловой диаметр скопления составляет  $\sim 23'$ )  $W_{\max} \sim 10^{-2}$  – это число уже нельзя считать малым. Однако проецирование Немезиды или Тюхе на шаровое скопление, в предположении произвольной ориентации ее орбиты в пространстве есть также случайный процесс, характеризуемый вероятностью, равной  $W_p = 2,80 \cdot 10^{-6}$  (в результате полная вероятность такого феномена микролинзирования  $W_{\text{tot}} = W_{\max} \cdot W_p \leq 10^{-7}$ ).

Подводя итог, можно утверждать, что вероятность обнаружить Немезиду и Тюхе (явление микролинзирования) с использованием МГМЛ мала и не превосходит  $10^{-5}$ .

Важно заметить, что вероятность обнаружения данных тел данным методом возрастает пропорционально времени наблюдений.

Для оценки минимального и максимального значений параметра  $\tau$  воспользуемся результатом (2.1). В итоге  $\tau_{\min}$  и  $\tau_{\max}$ , определяемые в окрестностях перигелия и афелия соответственно (при  $\mu_s = 0''/\text{год}$ ), есть

$$\tau_{\min} = \frac{c a^2 (1 - \varepsilon)^2}{4 n_{\Omega} G \mathcal{M}_{\odot} \sqrt{(\mathcal{M}_{\max}/\mathcal{M}_{\odot})(1 + \varepsilon)}},$$

$$\tau_{\max} = \frac{c a^2 (1 + \varepsilon)^2}{4 n_{\Omega} G \mathcal{M}_{\odot} \sqrt{(\mathcal{M}_{\min}/\mathcal{M}_{\odot})(1 - \varepsilon)}}.$$

С использованием интервалов допустимых значений массы Немезиды и Тюхе, их гелиоцентрических расстояний (указанных выше), возможных значений  $n_{\Omega}$  в данной работе нами вычислены интервалы возможных значений для  $\tau$  и представлены в табл. 2.

Очевидно, что даже для телескопов с проникающей силой не менее  $16^m$ , время ожидания события микролинзирования Немезидой не может быть меньше 10690 лет, в случае Тюхе – 1808 лет. Однако если Немезиду или Тюхе удастся наблюдать на фоне шаровых или рассеянных скоплений, то время ожидания события микролинзирования может уменьшиться вплоть до нескольких лет (для Немезиды эта величина на примере шарового скопления М13 составила 2,99 года, а в случае Тюхе – всего лишь 0,5 года). Данные расчеты свидетельствуют в пользу поиска этих тел методом МГМЛ.

### Заключение

В данной работе выполнен детальный анализ фотометрии феномена микролинзирования фоновой звезды Галактики массивным темным телом, находящимся на окраинах Солнечной системы. В приближении эллипсоидальных профилей «духов» звезды вычислен ее полный световой поток и коэффициент усиления блеска ( $A$ ). Рассмотрен частный случай центрального транзита источника и получено аналитическое выражение для максимального значения  $A_{\max}$ .

Строго обоснованы временные границы данного феномена, и получена аналитическая формула для времени микролинзирования.

Выполнен детальный численный анализ полученных результатов для Немезиды и Тюхе.

В случае маломассивной Немезиды, находящейся в окрестности своего перигелия, коэффициент  $A_{\max} \leq 4,345$ , при этом время линзирования  $T_0 = 11\text{--}30$  сут. Параметр  $T_0$  весьма чувствителен к величине и направлению собственного движения быстро перемещающейся линзируемой звезды.

В случае очень массивной Немезиды в окрестности перигелия  $A_{\max} = 10,3$ , что соответствует значительному увеличению блеска звезды фона (на  $2,5^m$ ), при этом время линзирования  $T_0 = 26\text{--}68$  сут. Коэффициент усиления  $A$  очень чувствителен к значению прицельного параметра  $\theta_p$ .

В случае Немезиды, находящейся в своем афелии, коэффициент усиления  $A_{\max}$  принимает значения  $18,9\text{--}44,9$ , что соответствует изменению блеска звезды фона на  $3,2^m\text{--}4,1^m$ ! При этом время линзирования принимает чрезвычайно большие значения –  $T_0 = 1159\text{--}2689$  сут., не измеряемые сегодня в эксперименте. Однако ситуация становится крайне благоприятной, если выполняется линзирование быстрой звезды – в этом случае  $T_0 = 8,2\text{--}19,2$  сут.

Ситуация с маломассивной Тюхе, находящейся на внутренней границе облака Оорта, к сожалению, исключает всякую возможность обнаружения планеты методом гравитационного микролинзирования. На расстояниях вплоть до 6060 а.е. угловой диаметр Тюхе больше углового радиуса ее конуса Эйнштейна, и потому один из двух «духов» затмевается телом линзы. В сценарии сверхмассивной Тюхе, находящейся в окрестности перигелия, эффект микролинзирования достижим, однако сигнал не будет большим ( $A_{\max} < 2,1$ ). Время линзирования составляет  $T_0 = 4,8\text{--}5,4$  сут. Если же планета находится на внешней границе облака Оорта, то возможные значения  $A_{\max}$  принадлежат интервалу  $4,5\text{--}16,0$ , что соответствует изменению блеска линзируемой звезды на  $1,6^m\text{--}3,0^m$ ! Однако сам процесс линзирования здесь требует очень тесного транзита источника. Время линзирования здесь колеблется в интервале  $2,6\text{--}297$  сут. Оно сможет быть измерено уже сегодня в эксперименте.

В работе представлена также оценка вероятности детектирования Немезиды и Тюхе: получена аналитическая формула и представлены численные результаты. Даже

для телескопов с проникающей силой не менее  $16^m$  максимальная вероятность детектирования феномена микролинзы не превосходит для Немезиды  $10^{-5}$ , а для Тюхе –  $8 \cdot 10^{-6}$ . Однако если Немезиду или Тюхе удастся наблюдать на фоне шаровых или рассеянных скоплений, то вероятность детектирования данного феномена может оказаться значительно выше. На примере шарового скопления M13 показано, что искомая величина есть  $\mathcal{O}(10^{-2})$ . Однако само проецирование Немезиды или Тюхе на шаровое скопление характеризуется вероятностью  $W_p = 2,80 \cdot 10^{-6}$ , что делает полную вероятность  $\mathcal{O}(10^{-7})$ . При этом время ожидания события микролинзирования Немезиды и Тюхе составит лишь  $0,5\text{--}3,0$  лет, что сопоставимо с временем проведения подобных экспериментов.

### Литература

1. Davis M., Hut P., Müller R. A. Extinction of species by periodic comet showers // Nature. 1984. Vol. 308 (5961). P. 715–717.
2. Whitmire D. P., Jackson A. A. Are periodic mass extinctions driven by a distant solar companion? // Nature. 1984. Vol. 308 (5961). P. 713–715.
3. Müller R. A. Measurement of the lunar impact record for the past 3,5 billion years and implications for the Nemesis theory // Geol. Soc. of America Special Paper. 2002. Vol. 356. P. 659–665.
4. Raup D. M., Sepkoski J. J. Periodicity of extinctions in the geologic past // Proceedings of the National Academy of Sciences. 1984. Vol. 81 (3). P. 801–805.
5. Matese J. J., Whitmire D. P., Whitman P. G. Cometary evidence of a massive body in the outer Oort cloud // Icarus. 2011. Vol. 2. P. 926–938.
6. Paczynski B. Gravitational Microlensing at Large Optical Depth // Astrophysical Journal. 1986. Vol. 301. P. 503–516.
7. Paczynski B. Gravitational Microlensing by the Galactic Halo // Astrophysical Journal. 1986. Vol. 304. P. 1–5.
8. Захаров А. Ф., Сажин М. В. Гравитационное микролинзирование // Успехи физических наук. 1998. Т. 168. № 10. С. 1041–1082.
9. Маркеев А. П. Теоретическая механика. Ижевск: Изд-во РХД, 2007. 592 с.
10. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ, Астрель. 2006. 992 с.

## HYPOTHESIS OF THE EXISTENCE OF NEMESIS AND TYCHE. II. USING OF THE GRAVITATIONAL LENSING METHOD FOR ASSESSMENT OF THEIR DETECTING PROBABILITY

Yu. P. Philippov, M. I. Chobanu

In this work the analysis of photometry of microlensing (background star of the Galaxy) phenomenon by massive dark body on the Solar system periphery is done. The total light flux and coefficient ( $A$ ) of brightness strengthening of background star are calculated. The formula for microlensing time ( $T_0$ ) is received. It is shown that most favorable conditions for Nemesis and Tyche microlensing are realized in the scenario with maximal values of their masses in the vicinity of the perihelion. So for Nemesis  $A < 10,3$  and microlensing time  $T_0 = 26-68$  days, for Tyche  $A < 2,1$  and microlensing time  $T_0 = 4,8-5,4$  days. Specified intervals of the given values are experimentally achievable today. The assessment of probability of Nemesis and Tyche detecting is found. For telescopes with limiting magnitude  $\leq 6^m$  maximum probability of the microlens phenomenon detecting doesn't surpass for Nemesis  $10^{-5}$  and for Tyche  $8 \cdot 10^{-6}$ . However, if there are globular or open star clusters behind Nemesis or Tyche the probability can be  $\mathcal{O}(10^{-2})$ .

**Key words:** Solar system, brown dwarf, giant planet, gravitational microlensing, photometry, probability.

*Статья поступила в редакцию 28.10.2015 г.*

---

© Philippov Yu. P., Chobanu M. I., 2015.  
Philippov Yury Petrovich  
(yuphil@mail.ru),  
senior lecturer of general and theoretical  
physics department,  
Samara State University,  
443011, Russia, Samara, Academic Pavlov Str., 1;  
Chobanu Mary Igorevna  
(marychobanu@gmail.com),  
Xth form student of the Samara International Aerospace Lyceum,  
443086, Russia, Samara, Lukacheva Str., 45.