УДК 168

МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В НАУЧНОМ ПОЗНАНИИ

А. Н. Огнев, К. А. Мусин

В статье рассматривается вопрос о методологическом значении математики в научном познании. Рассматривается проблема применимости аксиоматического метода в качестве универсальной модели в познавательном процессе. Особое внимание уделяется системным связям между математикой и догматической метафизикой классического рационализма в лице его виднейших представителей – Р. Декарта, Б. Паскаля, философов Пор-Рояля, Г.В. Лейбница. В статье предпринят анализ теоретического статуса абстракции научного познания и охарактеризовано методологическое значение принципов взаимно-однозначного соответствия для построения систем категориальных позиций. Показана особая роль теории графов в развитии теории познания. Делаются выводы о теоретическом статусе модельной абстракции на основе теории графов в научном познании.

Ключевые слова: абстракция, аксиоматика, взаимно-однозначные соответствия, логика, металогическая истинность, метод модель, наука, проблема, теория графов, философия.

Данная тема характеризуется высоким уровнем научной разработанности, с исторической позиции, ей занимались такие умы, как: Г. Вилейтнер, В. С. Малаховский, К. А. Рыбников. В фундаментальном математическом ключе был внесен вклад: Н. Бурбаки, Л. Кутюра, В.А. Стеклов, Р. Курант, Ш. Фрейсине. В русле онтологических оснований свой вклад внесли следующие математики и философы: А. Ф. Лосев, В. А. Успенский, Г. Штейнгауз.

Актуальность темы заключается в необходимости продемонстрировать различия между модельно-нормативной стороной математических знаний и частно-предметными прикладными аспектами математики, как науки, выступающей в междисциплинарном аспекте.

Главная проблема, рассмотренная в этой работе: обладает ли математика аксиоматическим потенциалом с точки зрения общей теории познания, и если да, то каковы ее обобщающие возможности? Ответ на этот вопрос можно получить с помощью теории графов, которая позволяет проследить путь процесса познания как такого с точки зрения оптимального количества теоретических процедур, с учетом необратимости самого познавательного процесса. Целью исследования в данной работе является обоснование приоритетности теории графов как теоретической структуры, обеспечивающей единство перспективы познания как процесса, его когерентности и необратимости по показаниям чистого разума на основании аксиоматических нормативов. Такое видение предполагает вычленение трех основных задач, каждая из которых подробно рассматривается далее.

1. История аксиоматического метода

Рассмотрим аксиоматический метод: тяжело вообразить какой-либо раздел науки, в котором бы не нашлось место для математических методов. У истоков аксиоматического метода стоял великий французский математик и метафизик Р. Декарт. В своем сочинении «Правило для руководства ума» он писал: «Весь метод состоит в порядке и размещении того, на что должно быть направлено острие ума в целях открытия какой-либо истины. Мы строго соблюдем его, если будем постепенно сводить темные и смутные

Огнев Александр Николаевич (ognev.ssau@mail.ru), доцент кафедры философии;
Мусин Кирилл Анварович (kmusin07@gmail.com),
студент IV курса факультета информатики Самарского университета,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, 34.

положения к более простым и затем пытаться, исходя из интуиции простейших, восходить по тем же ступеням к познанию всех остальных» [1, с. 96]. Методологическая рекомендация Декарта носила во многом абстрактно-метафизический характер, что было обусловлено стилем мышления эпохи. Другой великий французский математик, философ, физик и экзистенциально-религиозный мыслитель, Б. Паскаль указывал на кажущийся парадокс выдвинутого Р. Декартом геометрического метода: «Быть может, покажется странным, что геометрия не в силах дать определение ни одному из своих главных объектов, – ни движению, ни числу, ни пространству. Тем не менее, именно эти три вещи она главным образом и рассматривает, принимая в процессе исследований имена механики, арифметики и геометрии (последнее – и родовое, и видовое). Но эта великолепная наука касается лишь простейших вещей, и посему неудивительно, что качество, благодаря которому такие вещи становятся ее объектами, обусловливает также их неопределенность» [2, с. 77]. Ведь сам Декарт не только видел все развитие математики, представшее перед ним, но и осознавал текущее положение других дисциплин. Также математика способна и порождать науки, в свою очередь являясь «матерью философии».

Логическую систематизацию аксиоматического метода довершили «философы Пор-Рояля» А. Арно и П. Николь: «Методом можно в общем назвать искусство располагать мысли в правильной последовательности, или с целью открыть истину, когда она нам неизвестна, или с целью доказать ее другим, когда мы ее уже знаем» [3, с. 306]. И только с приходом Г. В. Лейбница, гениального метафизика и основоположника метода дифференциального анализа, окончательно прояснились теоретические предпосылки математизации логики на основе закона тождества как базового принципа металогической истинности. Г. В. Лейбниц в своей работе «об основных аксиомах познания» учил: «Бесспорно, что тождественные предложения являются первыми из всех и не допускают никакого доказательства, будучи тем самым истинными сами по себе, ибо, во всяком случае, нельзя найти ничего такого, что наподобие среднего термина связывало бы что-либо с самим собой; поэтому, как следствие, истинными являются виртуально тождественные, которые нетрудно свести через анализ терминов (если вместо первого термина подставляется понятие или эквивалентное, или включенное) к формальным, т.е. явно выраженным, тождествам» [4, с. 139].

Аксиоматический метод получил прочную общенаучную методологическую репутацию, о чем свидетельствует следующее признание Н. Бурбаки: «Аксиоматический метод, собственно говоря, есть не что иное, как искусство составлять тексты, формализация которых легко достижима. Он не является новым изобретением, но его систематическое употребление в качестве инструмента открытий составляет одну из оригинальных черт современной математики. В самом деле, и при записи, и при чтении формализованного текста совершенно несущественно, приписывается ли словам и знакам этого текста то или иное значение или даже не приписывается никакого, – важно лишь точное соблюдение правил синтаксиса» [5, с. 24]. Разумеется, область аксиоматизируемого знания не совпадает с предметной эмпирической реальностью. Многие аксиоматизируемые понятия характеризуются с точки зрения опыта трансцендентностью, т.е. эмпирически-предметной вненаходимостью. Это нашло отражение и в знаменитых парадоксах теории множеств. Парадокс, однако, выражает степень реальной сложности бытия. Теория множеств была бы неполна, если бы в ней не было места парадоксам, ибо еще Г.В.Ф. Гегель указывал на то, что спекулятивная полнота достигается путем включения в сущность момента ее диалектического отрицания. Этот ход мысли находит косвенное подтверждение и в теории множеств у А.А. Френкеля и И. Бар-Хиллела: «Аксиоматизация теории множеств может подразумевать допущение некоторой области трансцендентного с такими, однако, ограничениями, которые заведомо не оставляли бы места для противоречий. В частности, свойство множества быть несчетным осталось бы тогда абсолютным. С другой стороны, можно представить себе и систему аксиом, никак не связанную с областью трансцендентного. В этом случае подразумевается, что теоремы, выводимые из аксиом, описывают ситуацию, вызванную самими фигурирующими в аксиомах ограничениями, без какого бы то ни было абсолютного заднего смысла» [6, с. 33].

2. Методологическое значение математики

Методология математики является прочнейшим фундаментом для многих наук. Лишь синтезирование новых математических знаний дало толчок для развития механики и астрономии, основанные, как говорил В. А. Стеклов, на чистоте свободного разума и наблюдении. В. А. Стеклов весьма настороженно относился к «врожденным идеям» Р. Декарта и Г. В. Лейбница, но признавал значимость принципа априоризма в познании: «Прирожденных или априорных идей в разуме человека не существует, все основные аксиомы и законы всех наук о природе, начиная с математики, извлекаются умом из опытов и наблюдений, но самая способность вскрывать их из накопленного в уме опыта указанными выше способом (интуиция) есть действительно прирожденное свойство того механизма, который мы называем мозгом» [7, с. 111]. Принцип априоризма в познании напрямую связан с проблемой достоверности и очевидности в познании. Одним из решений вопроса о достоверности и происхождении человеческого знания является геометрический метод, над достоверностью происхождении геометрии, как таковой, трудились такие философы, как: И. Кант, А. Шопенгауэр, Д. Юм; фактически сведя проблему достоверности как таковой к достоверности геометрии. Проблема очевидности возникает в связи с открытием неевклидовых геометрий и постановкой вопроса об их физическом смысле, который с точки зрения чистой математики иррелевантен. На эвристическое значение неевклидовых геометрий для научного познания указывал великий польский математик Г. Штейнгауз: «В открытии неевклидовой геометрии Римана на четверть века опередили Лобачевский и Бойяи-младший, а из писем Гаусса вытекает, что эти идеи не были чужды и ему. Желая понять существование разных геометрий, следует смириться с предположением о наличии разных аксиоматических систем, каждая из которых сама не определена точно, но и не совместима с иными системами» [8, с. 64]. Обобщая значение математики для методологии научного познания, Г. Штейнгауз указывал на ее роль как посредника между материей и духом, чем неявно легитимировал в научном смысле гегелевское понятие диалектического опосредствования. Из сказанного становится очевидным, что достигнутый уровень проблематизации позволяет поставить вопрос о performance месте и роли математики в процессе познания как таковом. Обобщая философско-методологические рефлексии классиков, Р. Курант и Г. Роббинс пришли к выводу: «Математика содержит в себе черты волевой деятельности, умозрительного рассуждения и стремления к эстетическому совершенству. Ее основные и взаимно противоположные элементы – логика и интуиция, анализ и конструкция, общность и конкретность. Как бы ни были различны точки зрения, питаемые теми или иными традициями, только совместное действие этих полярных начал и борьба за их синтез обеспечивают жизненность, полезность и высокую ценность математической науки» [9, с. 20]. Таким образом, у математики очень высокий методологический статус, особенно по отношению к другим наукам, использующих все возможные методы математики.

Многие методологи неоднократно отмечали роль математической абстракции в методологии научного познания. Абстракция являет собой смысловой скелет бытия и мышления на уровне их взаимно-однозначных соответствий. Отсюда вытекает значимость парных оппозиций при построении моделей, характеризующихся абстрактивной релевантностью. На это указывал французский философ математики Ш. Фрейсинэ: «Обыкновенный язык заимствует выражения у нашей склонности распределять знания в немногочисленные категории, соединенные одна с другой обыкновенно попарно. Отрицание и утверждение, за и против, целое и часть, конечное и бесконечное представляют собою выражение этой формы мышления» [10, с. 58]. Так возникает идея выражения взаимно-однозначных соответствий через бинарные оппозиции. Этот принцип закладывается в основу построения всевозможных научных классификаций, подаваемых зачастую посредством дихотомического деления. На это классифицирующее значение указывал французский философ, логик, лингвист и математик Л. Кутюра: «Два класса имеют одно и то же число, когда между их элементами можно установить однозначное и обоюдное соответствие, иначе говоря, одно-однозначное отношение, или, как мы будем для краткости говорить, когда они эквивалентны. Это определение, как видит читатель, чисто логическое. Не надо думать, что оно заключает в себе идею числа один; в самом деле, одно-однозначное отношение определяется исключительно посредством отношения тождества между индивидами» [11, с. 43]. Именно абстракция позволяет установить отношения эквивалентности, выявить его и обнаружить его проявление на уровне предметного материала.

3. Теория графов как путь от абстрактного к конкретному в методологии научного познания

Используя абстракцию, можно говорить про математическую модель идеального газа, в природе такой модели не существует, но возможность построения математически дало большой толчок в развитии физики и изучении мира в целом. Помимо этого, проблема отрицательного корня уравнения давно устраняется с помощью мнимой единицы i, введение такой абстракции позволило создать комплексное множество, являющееся надмножеством над всеми остальными, также положительным результатом такого введения является формула Эйлера: $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + isin(\varphi)$, позволяющая представить экспоненту в виде суммы двух гармонических функций. Говоря о методе абстракции, также нельзя обойти стороной задачу о кенигсбергских мостах. Традиционно эта задача относится к области дискретной математики и позволяет сформулировать базовую проблему, на которой строится репрезентативные модели в теории графов. Сам Л. Эйлер так понимал проблему кенигсбергских мостов: «Эта часть геометрии занимается именно тем, что может быть определено таким положением, а также исследованием свойств положения; в этом смысле она не будет касаться ни количеств, ни их вычисления.» [12, с. 26]. Был поставлен вопрос: возможно ли, будучи в Кенигсберге, начав путь на любом участке суши, пройти по всем семи мостам, при этом лишь один раз по каждому, а также вернуться в исходное место отправления. Доказательство невозможности было представлено Эйлером в 1736 году, визуализировав участки суши, как вершины графа, а мосты, как ребра. Для истории математики это считается началом возникновения раздела – теория графов. Сама задача стала типовой для теории графов и для ее решения должен присутствовать эйлеров цикл: граф связный и каждая вершина должна иметь четную степень. Отсюда получается, что решаемость задачи зависит от количества мостов и областей пересечения. Таким образом, можно представить процесс познания мира, как эйлеров цикл: цель вернуться назад представляется как символ рефлексии, при котором сохраняются исходные основания, чем подтверждается как когерентность познавательного процесса в границах заданного типа истинности и теоретическая релевантность решаемой научной задачи.

На основе критерия эйлеровости графа австрийский математик Г. Фляйшнер сформулировал нормативы классичности, в которой теория графов обеспечивает познание с точки зрения единства бытия и мышления. Используя методы абстракции математики, появилась возможность синтезировать фундаментальные знания, с помощью которых можно решить огромное количество задач. О широте применения теории графов один из ее крупнейших представителей О. Оре писал: «Имелось много причин для такого оживления изучения графов. Естественные науки оказали свое влияние на это благодаря исследованиям электрических сетей, моделей кристаллов и структур молекул» [13, с. 9]. Понятие графа возбуждает как общенаучное любопытство, так и специфический методологический интерес. Об этом свидетельствует выдающийся специалист в области теории графов Ф. Харрари: «Достоверно и то, что теория графов служит математической моделью для всякой системы, содержащей бинарное отношение. Графы действуют притягательно и обладают эстетической привлекательностью благодаря их представлению в виде диаграмм. Хотя в теории графов много результатов, элементарных по своей природе, в ней также громадное изобилие весьма тонких комбинаторных проблем, достойных внимания самых искушенных математиков» [14, с. 9].

Теория графов находит свое обобщение в теории множеств. В ней определяются ее общеметодологические функции в процессе познания. Один из основоположников теории множеств Ф. Хаусдорф уделял большое внимание понятию функции в самой проблемной диспозиции математического мышления как такового: «Понятие функции такое же основное и первоначальное, как и понятие множества. Функциональное отношение так же строится из пар элементов, как множество из отдельных элементов» [15, с. 12]. Методологически математика с точки зрения функциональной оптимизации позволила в современным мире сделать колоссальные прорывы в области информационных технологий. Например, с помощью формулы Л. Эйлера и комплексного анализа имеется спектральный ряд Фурье, позволяющий разложить любой сигнал на его спектр, использование таких знаний позволило ускорить вычисления процессоров ЭВМ на несколько порядков, также на спектральных задачах основывается голосовое управление электронными приборами, вдобавок к этому задачи препарирования и улучшения цифровых изображений. Основываясь на теории графов в 1962 году, были представлены сети Петри, такие сети могут использоваться для описания работы алгоритма, особенно удобно для параллельного, который описывает работу современных суперкомпьютеров. Говоря о сегодняшнем десятилетии, теория графов имеет приложение в машинном обучении и нейронных сетях: использование графов для обучения моделей обеспечивает высокий уровень интерпретируемости результата не только для человека, но и для ЭВМ, позволяя адаптироваться модели во время процесса обучения. Исходя из этого, мы можем видеть, что математика нисколько не потеряла свою актуальность и с её помощью решаются все более сложные задачи.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать выводы, что 1) теория графов позволяет сформировать нормативы модельной абстракции для теории познания, необходимые для понятийной и категориальной титулатуры аксиоматического метода и, следовательно, 2) с точки зрения обеспечения семиотической когерентности познавательного процесса в реальном многообразии предметного материала, 3) будучи структурой легитимирующей научную рефлексию на системном уровне.

Научная новизна исследования заключается в гносеологической легитимации теории графов в статусе основания для построения универсальной критической теории. Научно-практическая значимость лимитируется мерками междисциплинарного научного консенсуса, сохраняющего компетентностный базис позитивных наук, входящих в комплекс частно-предметного научного знания, допускающего математизацию формальной стороны познавательного процесса или узуальной адаптации его результатов к уже доказанными и познанным истинам.

Литература

1. Декарт Р. Избранные произведения. М.: Госполитиздат, 1950. 712 с.
2. Паскаль Б. Трактаты. Полемические сочинения. Письма. К.: Port-Royal, 1997. 576 с.
3. Арно А., Николь П. Логика, или искусство мыслить. М.: Наука, 1991. 416 с.
4. Лейбниц Г. В. Сочинение в четырех томах. М.: Мысль, 1984. Т. 3. 734 с.
5. Бурбаки Н. Теория множеств. М.: Либроком, 2010. 456 с.
6. Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теория множеств. М.: КомКнига, 2005. 552 с.
7. Стеклов В. А. Математика и её значение для человечества. М.: Либроком, 2010. 136 с.
8. Штейнгауз Г. Математик – посредник между духом и материей. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2005. 351 с.
9. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? М.: МЦНМО, 2004. 568 с.
10. Фрейсинэ Ш. Очерки по философии математики. М.: Либроком, 2010. 170 с.
11. Кутюра Л. Философские принципы математики. М.: ЛКИ, 2010. 272 с.
12. Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы. М.: Мир, 2002. 335 с.
13. Оре О. Теория графов. М: Либроком, 2009. 352 с.
14. Харрари Ф. Теория графов, М.: Эдиториал УРСС, 2003. 296 с.
15. Хаусдорф Ф. Теория множеств. М.: ЛКИ, 2007. 304 с.

THE METHODOLOGICAL SIGNIFICANCE OF MATHEMATICS IN SCIENTIFIC KNOWLEDGE

A. N. Ognev, K. A. Musin

The article discusses the methodological significance of mathematics in scientific knowledge. The problem of the applicability of the axiomatic method as a universal model in the cognitive process is considered. Particular attention is paid to the systemic connections between mathematics and the dogmatic metaphysics of classical rationalism in the person of its most prominent representatives – R. Descartes, B. Pascal, philosophers Por-Royal, G. V. Leibniz. The article analyzes the theoretical status of the abstraction of scientific knowledge and characterizes the methodological significance of the principles of one-to-one correspondence for the construction of categorical position systems. The special role of graph theory in the development of the theory of knowledge is shown. Conclusions are drawn about the theoretical status of model abstraction based on graph theory in scientific knowledge.

Key words: abstraction, axiomatics, issue, logic, mathematics, method, one-to-one correspondence, philosophy, science, theory of graphs.

Статья поступила в редакцию 19.09.2020 г.

Ognev Alexander Nickolaevich (ognev.ssau@mail.ru), assistant professor of the Department of Philosophy;
Musin Kirill Anvarovich (kmusin07@gmail.com),
student IV course of the Faculty of Informatics of the Samara University,
443086, Russia, Samara, Moskovskoye Shosse, 34.